



Факультет мировой экономики и международной торговли

Кафедра экономики

## ЭКОНОМЕТРИКА

### Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

#### Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Понятие эконометрики. Её объект. Задачи эконометрики. Привести примеры.
2. Основные направления эконометрических исследований. Перспективы развития эконометрики. Привести примеры.
3. Понятие о случайных ошибках, их природа, расчёт их значений. Закон больших чисел, условия его действия и их обеспечение. Привести примеры.
4. Понятие о средних и предельных ошибках; факторы, определяющие их величину. Порядок расчёта ошибок и оценка статистической значимости основных эконометрических показателей. Использование ошибок и оценок значимости в эконометрическом анализе.
5. Условия применения МНК, правила их выполнения при построении и оценке эконометрических моделей. Привести примеры.
6. Процедура нормализации исходных значений признаков, порядок выявления и отсева аномальных единиц. Привести примеры.
7. Использование показателей вариации и асимметрии и их случайных ошибок при оценке нормальности распределения изучаемых объектов. Привести примеры.
8. Понятие о стохастических связях и порядок их изучения. Привести примеры. Система показателей оценки (формы, направления, силы, тесноты, надёжности, качества) стохастических связей. Привести примеры.
9. Проблемы выбора формы связи и способы их решения. Расчёт параметров линейного уравнения парной регрессии методом определителей. Привести примеры.
10. Порядок расчёта параметров линейного уравнения парной регрессии, их экономический смысл. Привести примеры.
11. Понятие о нулевой ( $H_0$ ) и альтернативной ( $H_1$ ) гипотезе; уровень их статистической значимости ( $\alpha$ ): правила построения и использование в анализе. Привести примеры.
12. Экономический смысл показателей направления, силы, тесноты, статистической значимости и качества парной линейной связи. Привести примеры.
13. Оценка значимости параметров линейной парной регрессии, порядок построения и использования в анализе. Привести примеры.

14. Коэффициент эластичности как оценка силы связи фактора и результата: порядок расчёта и анализа.

15. Средний ( $\bar{\epsilon}_x$ ) и индивидуальный ( $\epsilon_{xj}$ ) коэффициенты эластичности: порядок расчёта и использования в анализе

16. Показатели тесноты связи и порядок их построения на основе правила разложения дисперсии. Привести примеры.

17. Правило разложения дисперсии как основа построения оценок значимости показателей тесноты корреляционной связи. Привести примеры.

**Вопросы для самостоятельной подготовки, самопроверки к опросам, диспутам на занятиях лекционного, практического типов:**

1. Дайте определение эконометрики.
2. Укажите объект, предмет, цели, задачи, методы, модели, теоретическую базу и структуру эконометрики.
2. Изложите историю эконометрики.
3. Выясните связь эконометрики с родственными науками.
4. Приведите примеры использования эконометрических методов для решения экономических задач.
5. Дайте определение модели.
6. Приведите классификацию моделей.
7. Приведите виды абстрактных моделей.
8. Приведите основные свойства экономической системы как объекта моделирования.
9. Приведите классификацию переменных в эконометрических исследованиях.
10. Приведите цикл Деминга улучшения процессов и этапы эконометрического моделирования.
11. Приведите методы: выявление проблем, существующих на предприятии; выявления наиболее значимой проблемы; выявления причин появления проблемы; выявления наиболее значимых причин, влияющих на проблему.
12. Приведите общий вид и структуру множественной регрессии.
13. В чем сущность спецификации модели?
14. Приведите условия идентифицируемости модели (ограничения, накладываемые на свойства переменных, их количества, вид модели).
15. Выведите формулы оценок параметров парной и множественной регрессии методом наименьших квадратов.
16. Укажите основные предпосылки метода наименьших квадратов.
17. Выясните свойства оценок параметров регрессионной модели (несмещенность, состоятельность, эффективность).
18. Изучите основные характеристики регрессионной модели: коэффициенты регрессионной модели, дисперсионный анализ регрессионной модели, ошибка модели,
19. коэффициент множественной детерминации, ошибки коэффициентов модели,
20. статистические критерии проверки достоверности модели и ее коэффициентов,
21. доверительный интервал уравнения регрессии, точечный и интервальный прогноз.
22. Выясните возможности графического представления результатов эконометрического анализа.
23. Какие должны быть структура и состав отчета эконометрического анализа?
24. Приведите общий вид обобщенной линейной множественной регрессии.
25. Дайте определение мультиколлинеарности и приведите методы ее устранения.
26. Приведите метод корреляционных плеяд построения множественной модели.

33. Опишите суть шаговой регрессии, используемой для построения множественной регрессии.
34. Приведите пакеты прикладных программ, в которых имеется проведения расчетов множественной регрессии.
35. Приведите общий вид модели авторегрессии порядка  $p$  (AR( $p$ )) - модели).
36. Приведите общий вид модели скользящего среднего порядка  $q$  (СС( $q$ )) - модели).
37. Приведите методы идентификации моделей AR( $p$ ) и СС( $q$ ).

### Занятие № 1 по теме 1 «Общие положения эконометрики»

**Содержание:** конспектирование, выполнение подготовки рефератов и изучение дополнительной учебной литературы.

**Срок выполнения:** к следующему практическому занятию.

**Ориентировочный объем конспекта** - не менее пяти страниц.

**Отчетность:** подготовленные конспекты, рефераты.

#### Подготовить рефераты по вопросам:

1. Предмет эконометрики.
2. Возникновение и развитие эконометрики.
3. Специфика измерений в экономике.
4. Стохастические особенности исходных данных и взаимосвязей между характеристиками экономических процессов.
5. Цели и задачи прикладных эконометрических исследований.
6. Теоретические основания и методология эконометрического анализа.
7. Общая постановка задачи о нахождении количественной взаимосвязи разных величин по эмпирическим данным.
8. Общие черты и различия количественных моделей в эконометрике и в естественных науках.
9. Разделы и специальные вопросы математики, наиболее часто используемые в эконометрике.

### Занятие № 2 по теме 2 «Линейная модель парной регрессии»

**Содержание:** конспектирование, выполнение подготовки докладов, решение задач и изучение дополнительной учебной литературы.

**Срок выполнения:** к следующему практическому занятию.

**Ориентировочный объем конспекта** - не менее пяти страниц.

**Отчетность:** подготовленные конспекты, доклады, задачи.

#### Подготовить доклады по вопросам:

1. Исходные предположения линейной модели парной регрессии.
2. Стохастическая составляющая зависимой переменной. Гомо- и гетероскедастичность.
3. Нормальная линейная модель парной регрессии.
4. Требования к оценке параметров регрессии (несмещенность, эффективность, состоятельность).
5. Оценки параметров линейной модели парной регрессии по методу наименьших квадратов (МНК) и методу максимального правдоподобия.
6. Несмещенность МНК-оценок параметров модели.

7. Дисперсия МНК-оценок параметров модели. Теорема Гаусса-Маркова.
8. Оценка дисперсии ошибок  $\sigma^2$ .
9. Статистические свойства МНК-оценок параметров регрессии.
10. Проверка статистических гипотез и доверительные интервалы для коэффициентов регрессии.
11. Показатели качества регрессии.
12. Коэффициент детерминации  $R^2$  и F-статистика.
13. Прогнозирование в линейной модели парной регрессии.
14. Точечный и интервальный прогноз.
15. Применение линейной модели парной регрессии для анализа рынка акций (модель Шарпа).

### Задачи для самостоятельной работы:

#### Задача №1.

По семи территориям Уральского района. За 199X г. известны значения двух признаков

Таблица 1.1.

Район	Расходы на покупку продовольственных товаров в общих расходах, %, у	Среднедневная заработная плата одного работающего, руб., х
Удмуртская респ.	69,8	44,1
Свердловская обл.	63	58
Башкортостан	60,9	55,7
Челябинская обл.	57,7	60,8
Пермская обл.	56	57,8
Курганская обл.	55,8	46,2
Оренбургская обл.	50,3	53,7

Требуется:

1. Для характеристики зависимости  $y$  от  $x$  рассчитать параметры следующих функций:

- а) линейной;
- б) степенной;
- в) показательной;<sup>1</sup>
- г) равнобочной гиперболы (также нужно придумать как предварительно линеаризовать данную модель).

2. Оценить каждую модель через среднюю ошибку аппроксимации  $\bar{A}$  и F-критерий Фишера.

#### Решение задачи

1а. Для расчета параметров  $a$  и  $b$  линейной регрессии  $y=a+b*x$ . Решаем систему нормальных уравнений относительно  $a$  и  $b$ :

$$\begin{cases} n*a + b*\sum x = \sum y \\ a*\sum x + b*\sum x^2 = \sum y*x \end{cases}$$

По исходным данным рассчитываем  $\sum y, \sum x, \sum yx, \sum x^2, \sum y^2$ .

Таблица 1.2

	y	x	yx	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>	$\hat{y}_x$	$y - \hat{y}_x$	A <sub>i</sub>
1	69,8	44,1	3078,18	1944,81	4872,04	62,411	7,4	10,6
2	62,7	58	3636,6	3364	3931,29	57,546	5,2	8,3
3	60,9	55,7	3392,13	3102,49	3708,81	58,551	2,5	4,1
4	57,7	60,8	3508,16	3696,64	3329,29	56,566	1,1	1,9
5	56	57,8	3236,8	3340,84	3136	57,616	-1,6	2,9
6	55,8	46,2	2577,96	2134,44	3113,64	61,676	-5,9	10,6
7	50,3	53,7	2701,11	2883,69	2530,09	89,051	-8,8	17,4
итого	413,2	376,3	22130,94	20466,91	24621,16	-	-	55,8
Среднее значение	59,03	53,76	3161,56	2923,84	3517,31		-	7,97
$\sigma$	5,72	5,81						
$\sigma^2$	32,77	33,70						

$$b = \frac{\overline{y \cdot x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2}; \sigma_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2; \sigma_y^2 = \overline{y^2} - \bar{y}^2$$

$$\sigma_x^2 = 2923,84 - 2890,14 = 33,7; \sigma_x = 5,81$$

$$\sigma_y^2 = 3517,31 - 3484,54 = 32,77; \sigma_y = 5,72$$

$$b = \frac{3161,56 - 59,03 \cdot 53,76}{5,81^2} = \frac{-11,89}{33,7} = -0,35$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} \quad a = 59,03 - (-0,35) \cdot 53,76 = 77,846$$

Уравнение регрессии:  $\hat{y}_x = 77,846 - 0,35 \cdot x$ . С увеличением среднедневной заработной платы на 1 руб. доля расходов на покупку продовольственных товаров снижается в среднем на 0,35%-ых пункта. Рассчитаем линейный коэффициент парной корреляции:

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \quad r_{xy} = -0,35 \cdot \frac{5,81}{5,72} = -0,357$$

Связь умеренно обратная.

Определим коэффициент детерминации:

$$r_{xy}^2 = (-0,35)^2 = 0,127$$

Вариация результата на 12,7% объясняется вариацией фактора x. Подставляя в уравнение регрессии фактические значения x, определим теоретические (расчетные) значения  $\hat{y}_x$ . Найдем величину средней ошибки аппроксимации  $\bar{A}$ :

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum A_i \quad \bar{A} = \frac{55,8 \cdot 100\%}{7} = 7,97 \%$$

В среднем расчетные значения отклоняются от фактических на 7,97%.  
Рассчитаем F- критерий

$$F = \frac{r^2}{1 - r^2} \cdot (n - 2) \quad F = \frac{0,127}{1 - 0,127} \cdot 5 = 0,7$$

Полученное значение указывает на необходимость принять гипотезу  $H_0$  о случайной природе зависимости и статистической незначимости параметров уравнения и показателя тесноты связи.

1б. Построению степенной модели  $y = a \cdot x^b$  предшествует процедура линеаризации переменных.

В примере линеаризация производится путем логарифмирования обеих частей уравнения:

$$\log y = \log a + b \cdot \log x$$

$$Y = C + b \cdot X,$$

$$\text{Где } Y = \log y, X = \log x, C = \log a$$

Для расчетов используем данные таблицы 1.3.

Таблица 1.3

	Y	X	Y X	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	$\hat{y}_x$	$y - \hat{y}_x$	$(y - \hat{y}_x)^2$	A <sub>i</sub>
1	1,8439	1,6444	3,0321	2,7041	3,40	59,48	10,32	106,50	14,79
2	1,7973	1,7634	3,1694	3,1096	3,2303	58,46	4,24	17,98	6,76
3	1,7846	1,7459	3,1157	3,0482	3,1848	58,61	2,29	5,24	3,76
4	1,7612	1,7839	3,1418	3,1823	3,1018	58,28	-0,58	0,34	1,005
5	1,7482	1,7619	3,080	3,1043	3,1043	58,47	-2,47	6,1	4,41
6	1,7466	1,6646	2,9073	2,7709	2,7709	59,31	-3,51	12,32	6,29
7	1,7016	1,73	2,9438	2,9929	2,9923	58,74	-8,44	71,23	16,78
итого	12,3834	12,0941	21,3901	20,9123	20,9123	411,35	1,85	219,71	53,795
C/з	1,7691	1,7277	3,0557	2,9875	2,9875	-	-	31,39	7,7
$\sigma$	0,04	0,1122							
$\sigma^2$	0,0016	0,0126							

Рассчитаем C и b:

$$b = \frac{3,0557 - 1,7691 \cdot 1,7277}{0,0126} = \frac{3,0557 - 3,0565}{0,0126} = -0,0635$$

$$C = \bar{Y} - b \cdot \bar{X} = 1,7691 + 0,0635 \cdot 1,7277 = 1,7691 + 0,1097 = 1,8788$$

Получим линейное уравнение:

$$\hat{Y} = 1,8788 - 0,0635 \cdot X$$

Выполнив его потенцирование, фактические значения x, получаем теоретические значения результата  $\hat{y}_x$ .

По ним рассчитаем показатели: тесноты связи – индекс корреляции  $\rho_{xy}$  и среднюю ошибку аппроксимации  $\bar{A}_i$ :

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{31,39}{32,77}} = \sqrt{1 - 0,96} = \sqrt{0,04} = 0,2$$

$$\bar{A} = \frac{1}{7} \cdot 53,795 = 7,7\%$$

Характеристики степенной модели указывают, что она несколько лучше линейной функции описывает взаимосвязь.

1в. Построению уравнения показательной кривой  $y = a \cdot b^x$  предшествует процедура линеаризации переменных при логарифмировании обеих частей уравнения:

$$\log y = \log a + x \cdot \log b$$

$$Y = C + B \cdot x, \text{ где } Y = \log y, C = \log a, B = \log b.$$

Для расчетов используем данные таблицы 1.4.

Таблица 1.4

	Y	x	Y x	x <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	$\hat{y}_x$	$y - \hat{y}_x$	$(y - \hat{y}_x)^2$	A <sub>i</sub>
1	1,8439	44,1	81,3160	1944,81	3,40	62,2	7,6	57,76	10,9
2	1,7973	58	104,2434	3364	3,2303	57,5	-5,5	6,25	8,8
3	1,7846	55,7	99,4022	3102,49	3,1848	58,9	-2	4	3,3
4	1,7612	60,8	107,08096	3696,64	3,1018	56,6	-1,1	1,21	1,9
5	1,7482	57,8	101,0460	3340,84	3,1043	57,5	1,5	2,25	2,7
6	1,7466	46,2	80,6929	2134,44	2,7709	61,5	5,7	32,49	10,2
7	1,7016	53,7	91,3759	2883,69	2,9923	58,9	8,6	73,96	17
итого	12,3834	376,3	665,1574	20466,91	20,9123	966,6	14,8	177,92	54,8
Среднее значение	1,7691	53,76	95,0225	2923,84	2,9875	-	-	25,41	7,8
$\sigma$	0,04	5,81							
$\sigma^2$	0,0016	33,7							

Значения параметров регрессии А и В составили:

$$B = \frac{\overline{Yx} - \bar{Y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2} \quad B = \frac{95,0225 - 1,7691 \cdot 95,1068}{33,7} = \frac{-0,0843}{33,7} = -0,0025$$

$$A = \bar{A} - B \cdot \bar{x} \quad A = 1,691 - (-0,0025) \cdot 53,76 = 1,9035$$

Получено линейное уравнение:  $\hat{Y} = 169035 - 060025 \cdot x$ .

Произведем потенцирование полученного уравнения и запишем его в обычной форме:  $\hat{y} = 10^{1,9035} \cdot 10^{-060025x} = 80,07 \cdot 0,9943^x$

Тесноту связи оценим через индекс корреляции  $\rho_{xy}$ :

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} \quad \rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{25,41}{32,77}} = \sqrt{0,225} = 0,4743$$

Связь умеренная.

$\bar{A} = 7,8\%$ , что говорит о повышенной ошибке аппроксимации, но в допустимых пределах.

Показательная функция чуть хуже, чем степенная, она описывает изучаемую зависимость.

1г. Уравнение равносторонней гиперболы  $y = a + b \cdot \frac{1}{x}$  линеаризуется при замене:  $z =$

$$\frac{1}{x}$$

Тогда  $y = a + b \cdot z$

Для расчетов используем данные таблицу 1.5.

Таблица 1.5

	y	z	yz	z <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>	$\hat{y}_x$	$y - \hat{y}_x$	$(y - \hat{y}_x)^2$	A <sub>i</sub>
--	---	---	----	----------------	----------------	-------------	-----------------	---------------------	----------------

1	69,8	0,227	15,8446	0,0515	4872,04	59,1225	10,6775	114,01	15,3
2	62,7	0,0172	1,0784	0,00029	3931,29	59,0370	3,663	13,42	5,85
3	60,9	0,0180	1,0962	1,2026	3708,81	59,0373	1,8627	3,47	3,06
4	57,7	0,0164	0,9463	0,8955	3329,29	59,0367	-1,3367	1,79	2,32
5	56	0,0173	0,9688	0,9386	3136	59,0370	-3,037	9,22	5,42
6	55,8	0,022	1,2276	1,5070	3113,64	59,0390	-3,239	10,49	5,80
7	50,3	0,0186	0,9386	0,8753	2530,09	59,0376	-8,7376	76,34	17,5
итого	413,2	0,3365	22,0978	5,47079	24621,16	354,3101	-0,1471	228,74	55,17
с/з	59,03	0,0481	3,1568	0,7815	3517,31	-	--	32,68	7,43
$\sigma$	5,72	0,8827							
$\sigma^2$	32,77	0,7792							

Значения параметров регрессии  $a$  и  $b$  составили:

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{z} \quad a = 59,03 - 0,4075 \cdot 0,0481 = 59,03$$

$$b = \frac{y \cdot z - \bar{y} \cdot \bar{z}}{\sigma_z^2} \quad b = \frac{3,1568 - 59,03 \cdot 0,0481}{0,7792} = \frac{3,1568 - 2,8393}{0,7792} = \frac{0,3175}{0,7792} = 0,4075$$

Получено уравнение  $\hat{y} = 59,03 + 0,4075 \cdot \frac{1}{x}$

Индекс корреляции:

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}$$

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{32,68}{32,77}} = \sqrt{1 - 0,9973} = \sqrt{0,0027} = 0,052$$

$\bar{A} = 7,4\%$ . По уравнению равнобочной гиперболы получена наибольшая оценка тесноты связи:  $\rho_{xy} = 0,052$ .  $\bar{A}$  остается на допустимом уровне:

$$2. F_{\text{факт}} = \frac{\rho_{xy}^2}{1 - \rho_{xy}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m} \quad F_{\text{факт}} = \frac{0,0027}{0,9973} \cdot 5 = 0,0135$$

Где  $F_{\text{крит}} = 6,6$   $F_{\text{факт}} < F_{\text{крит}}$ ,  $\alpha = 0,05$

Следовательно, принимается гипотеза  $H_0$  о статистически незначимых параметрах этого уравнения. Этот результат можно объяснить сравнительно невысокой теснотой выявленной зависимости и небольшим числом наблюдений.

## Задача №2.

По территориям региона приводятся данные за 199X г. (таблица 1.1).

Таблица 1.1

Номер региона	Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб., $x$	Среднедневная заработная плата, руб., $y$
1	80	136
2	80	151
3	90	132
4	76	152
5	91	164



6	104	197
7	70	137
8	85	156
9	75	155
10	85	165
11	78	157
12	113	171

Требуется:

1. Построить линейное уравнение парной регрессии  $y$  от  $x$ .
2. Рассчитать линейный коэффициент парной корреляции и среднюю ошибку аппроксимации.
3. Оценить статистическую значимость параметров регрессии и корреляции.
4. Выполнить прогноз заработной платы  $y$  при прогнозном значении среднедушевого прожиточного минимума  $x$ , составляющем 107% от среднего уровня.
5. Оценить точность прогноза, рассчитав ошибку прогноза и его доверительный интервал.

### Решение задачи.

1. Для расчета параметров уравнения линейной регрессии строим расчетную таблицу

Таблица 1.7.

	$y$	$x$	$yx$	$x^2$	$y^2$	$\hat{y}_x$	$y - \hat{y}_x$	$A_i$
1	136	80	10880	6400	18496	155,714	-19,7	14,5
2	151	80	12080	6400	22801	155,714	-4,7	3,11
3	132	90	11880	8100	17424	155,697	-23,7	17,95
4	152	76	11552	5776	23,104	155,7208	-3,72	2,45
5	164	91	14924	8281	26896	155,6953	8,30	5,06
6	197	104	20488	10816	38809	155,6732	41,33	20,98
7	137	70	9590	4900	18769	155,731	-18,731	13,67
8	156	85	13260	7225	24336	155,7055	0,29	0,19
9	155	75	11625	5625	24025	155,7225	-0,72	0,46
10	165	85	14025	7225	27225	155,7055	9,29	5,63
11	157	78	12246	6084	24649	155,7174	1,28	0,82
12	171	113	19323	12769	29421	155,6579	15,34	8,97
итого	1027	1873	161873	89601	295955	-	4,559	93,79
Среднее значение	85,6	156	13489,4	7466,8	24663	-	-	7,8
$\sigma$	11,8	18						
$\sigma^2$	1139,44	327						

$$b = \frac{\overline{y \cdot x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sum x^2 - (\bar{x})^2}$$

$$b = \frac{13489,4 - 156 \cdot 85,6}{89601 - 7323,36} = \frac{13489,4 - 13353,6}{82273,64} = \frac{135,8}{82273,64} = 0,0017$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$$

$$a = 156 - 0,0017 \cdot 85,6 = 156 - 0,146 = 155,85$$

Получено уравнение регрессии:

$$\hat{y}_x = 155,85 - 0,0017 \cdot x.$$

С увеличением среднедушевого прожиточного минимума на 1 рубль среднедневная заработная плата возрастает в среднем на 0,0017 рубля.

2. Тесноту линейной связи оценит коэффициент корреляции:

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y}; r_{xy} = 0,0017 \cdot \frac{11,8}{18} = 0,001; r_{xy}^2 = 0,000001$$

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2; \sigma_y^2 = \overline{y^2} - \bar{y}^2$$

$$\sigma_x^2 = 7466,8 - 7327,36 = 139,44$$

$$\sigma_x = 11,8$$

$$\sigma_y^2 = 24663 - 24336 = 327$$

$$\sigma_y = 18$$

Это означает, что 0,0001% вариации заработной платы (y) объясняется вариацией фактора x – среднедушевого прожиточного минимума. Качество модели определяет средняя ошибка аппроксимации:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum A_i; \bar{A} = \frac{1}{12} \cdot 93,79 = 7,8\%$$

Качество построенной модели оценивается как хорошее, так как  $\bar{A}$  не превышает 8-10%.

3. Оценку статистической значимости параметров регрессии проведем с помощью t-статистики Стьюдента и путем расчета доверительного интервала каждого из показателей.

Выдвигаем гипотезу  $H_0$  о статистически незначимом отличии показателей от нуля:  $a=b=r_{xy}=0$ .

$t_{\text{таб}}$  для числа степеней свободы  $df = n-2=12-2=10$  и  $\alpha = 0,05$  составит 2,23.

Определим случайные ошибки  $m_a, m_b, m_{r_{xy}}$ :

$$m_a = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{n-2} \cdot \frac{\sum x^2}{n \cdot \sum (x - \bar{x})^2}}$$

$$m_a = \sqrt{\frac{4,559^2}{12-2} \cdot \frac{89601}{12 \cdot 11,8}} = \sqrt{1315} = 36,3$$

$$m_b = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_y)^2}{n-2} \cdot \frac{1}{\sum (x - \bar{x})^2}}$$

$$m_b = \sqrt{\frac{4,559/10}{11,8}} = \sqrt{0,038} = 0,19$$

$$m_{r_{xy}} = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$$

$$m_{r_{xy}} = \sqrt{\frac{1-0,000001}{10}} = \sqrt{\frac{0,999999}{10}} = 0,316$$

$$\text{Тогда } t_a = \frac{a}{m_a}; t_b = \frac{b}{m_b}; t_r = \frac{r}{m_r};$$

$$t_a = \frac{155,85}{36,3} = 4,3$$

$$t_b = \frac{0,0017}{0,19} = 0,0089$$

$$t_r = \frac{0,001}{0,316} = 0,003$$

Фактические значения  $t_a$ -статистики превосходят табличные значения.

Поскольку  $t_a=4,3 > t_{\text{таб}}=2,3$ , то статистическая значимость коэффициента регрессии  $a$  подтверждается (отвергаем гипотезу о равенстве нулю этого коэффициента).

Поскольку  $t_b=0,0089 < t_{\text{таб}}=2,3$ ,  $t_r=0,003 < t_{\text{таб}}=2,3$ , то статистическая значимость коэффициента регрессии  $b$  не подтверждается (не отвергаем гипотезу о равенстве нулю этого коэффициента).

Рассчитаем доверительный интервал для  $a$  и  $b$ . Для этого определим предельную ошибку для каждого показателя:

$$\Delta_a = t_{\text{таб}} \cdot m_a;$$

$$\Delta_a = 2,23 \cdot 36,3 = 80,9$$

$$\Delta_b = t_{\text{таб}} \cdot m_b$$

$$\Delta_b = 2,23 \cdot 0,19 = 0,42$$

Доверительные интервалы:

$$\gamma_a = a \pm \Delta_a = 155,85 \pm 80,9$$

$$\gamma_{a_{\text{min}}} = 155,85 - 80,9 = 74,95$$

$$\gamma_{a_{\text{max}}} = 155,85 + 80,9 = 236,75$$

$$\gamma_b = b \pm \Delta b = 0,0017 \pm 0,42$$

$$\gamma_{b_{\text{min}}} = 0,0017 - 0,42 = -0,4183$$

$$\gamma_{b_{\text{max}}} = 0,0017 + 0,42 = 0,4217$$

Анализ верхней и нижней границ доверительных интервалов приводит к выводу, о том, что с вероятностью  $\rho = 1 - \alpha = 0,95$  параметр  $a$ , находясь в указанных границах, не принимает нулевых значений, то есть не является статистически незначимым и существенно отличен от нуля.

Анализ верхней и нижней границ доверительных интервалов приводит к выводу, о том, что с вероятностью  $\rho = 1 - \alpha = 0,95$  параметр  $b$ , находясь в указанных границах, принимается нулевым (не может одновременно принимать отрицательное и положительное значение).

4. полученные оценки уравнения регрессии позволяют использовать его для прогноза. Если прогнозное значение прожиточного минимума составит:  $x_p = \bar{x} \cdot 1,07 = 85,6 \cdot 1,07 = 91,6$  тысяч рублей, тогда прогнозное значение прожиточного минимума составит:  $\hat{y}_p = 155,85 + 0,0017 \cdot 91,6 = 156$  тысяч рублей.

5. Ошибка прогноза составит:

$$m_{y_p}^{\wedge} = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n - m - 1}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}}$$

$$m_{y_p}^{\wedge} = \sqrt{\frac{(4,559)^2}{9}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{12} + \frac{(91,6 - 85,6)^2}{12 \cdot (11,8)^2}} = \sqrt{\frac{20,78}{9}}$$

$$\sqrt{1 + \frac{1}{12} + \frac{36}{1670,88}} = \sqrt{2,3} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{12} + 0,022} = 1,5 \cdot \sqrt{1,105} = 1,575 \text{ тысяч рублей.}$$

Предельная ошибка прогноза, которая в 95% случаев не будет превышена, составит:

$$\Delta_{y_p}^{\wedge} = t_{tab} \cdot m_{y_p}^{\wedge}$$

$$\Delta_{y_p}^{\wedge} = 2,23 \cdot 1,575 = 3,51$$

Доверительный интервал прогноза:

$$\gamma_{y_p}^{\wedge} = 91,6 \pm 3,51$$

$$\gamma_{y_{pmin}}^{\wedge} = 91,6 - 3,51 = 88,09 \text{ рублей;}$$

$$\gamma_{y_{pmax}}^{\wedge} = 91,6 + 3,51 = 95,11 \text{ рублей.}$$

Выполненный прогноз среднемесячной заработной платы оказался надежным ( $\rho = 1 - \alpha = 0,95$ ), но не точным, так как диапазон верхней и нижней границ доверительного интервала  $D_\gamma$  составляет 1,08 раза:

$$D_\gamma = \frac{\gamma_{y_{pmax}}^{\wedge}}{\gamma_{y_{pmin}}^{\wedge}}; D_\gamma = \frac{95,11}{88,09} = 1,08.$$

### Вопросы:

1. В чем состоят ошибки спецификации модели?
2. Поясните смысл коэффициента регрессии, назовите способы его оценивания.
3. Что такое число степеней свободы и как оно определяется для факторной и остаточной сумм квадратов?
4. Какова концепция F-критерия Фишера?
5. Как оценивается значимость параметров уравнения регрессии?
6. Как определяется коэффициент эластичности и что он показывает?
7. В чем смысл средней ошибки аппроксимации и как она определяется?

### Занятие № 3 по теме 3 «Линейная модель множественной регрессии»

**Содержание:** конспектирование, выполнение подготовки презентаций, решение задач и изучение дополнительной учебной литературы.

**Срок выполнения:** к следующему практическому занятию.

**Ориентировочный объем конспекта** - не менее пяти страниц.

**Отчетность:** подготовленные конспекты, презентаций, задач.

**Подготовить презентации по вопросам:**

1. Оценка коэффициентов множественной регрессии по методу максимального правдоподобия.
2. Фиктивные (дискретные) переменные, модели с переменной структурой и их использование для учета сезонных изменений и дискретных признаков.
3. Проверка гипотезы о структурных изменениях с помощью дискретных переменных.
4. Проблемы выбора переменных и спецификации модели множественной регрессии.
5. Проблема мультиколлинеарности.
6. Частная корреляция и ее использование для спецификации модели.
7. Исключение существенных переменных.
8. Включение несущественных переменных.
9. Сравнение моделей с ограничениями и без ограничений.
10. Прогнозирование в линейной модели множественной регрессии.
11. Среднеквадратичная ошибка и доверительный интервал прогноза.

### Задачи для самостоятельной работы:

#### Задача №1.

По 30 территориям России имеются данные, представленные в таблица 3.

Таблица 1

Признак	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Линейный коэффициент парной корреляции
Среднедневной душевой доход, руб., $y$	88,8	8,44	
Среднедневная заработная плата одного работающего, руб., $X_1$	52,9	7,86	$r_{yx_1} = 0,8605$
Средний возраст безработного, лет, $X_2$	35,5	-1,42	$r_{yx_2} = -0,2401$ $r_{x_1x_2} = -0,096$

Требуется:

1. Построить уравнение множественной регрессии в стандартизованной и естественной форме; рассчитать частные коэффициенты эластичности, сравнить их с  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , пояснить различия между ними.
2. Рассчитать линейные коэффициенты частной корреляции и коэффициент множественной корреляции, сравнить их с линейными коэффициентами парной корреляции, пояснить различия между ними.
3. Рассчитать общий и частные F-критерии Фишера.

#### Решение задачи.

1. Линейное уравнение множественной регрессии  $y$  от  $x_1$  и  $x_2$  имеет вид:  
 $y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2$ .

Для расчета его параметров применим метод стандартизации переменных и построим искомое уравнение в стандартизованном масштабе:

$$t_y = \beta_1 \cdot t_{x_1} + \beta_2 \cdot t_{x_2}.$$

Расчет  $\beta$ -коэффициентов выполним по формулам:

$$\beta_1 = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}$$

$$\beta_2 = \frac{r_{yx2} - r_{yx1} r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}; \beta_1 = \frac{0,8605 - (-0,2401) \cdot (-0,096)}{1 - (-0,096)^2} = \frac{0,8375}{0,9908} = 0,845$$

$$\beta_2 = \frac{-0,2401 - 0,8605 \cdot (-0,096)}{1 - (-0,096)^2} = \frac{-0,1571}{0,9908} = -0,159$$

Получим уравнение:

$$t_y = 0,845 \cdot t_{x_1} - 0,159 \cdot t_{x_2}.$$

Для построения уравнения в естественной форме рассчитаем  $b_1$  и  $b_2$ , используя формулы для перехода от  $\beta_1$  к  $b_1$ :

$$\beta_i = b_i \frac{\sigma_{x_i}}{\sigma_y}; b_i = \beta_i \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_i}};$$

$$b_1 = \frac{0,845 \cdot 8,44}{7,86} = 0,907; b_2 = \frac{-0,159 \cdot 8,44}{-1,42} = 0,945.$$

Значение  $a$  определим из соотношения

$$a = \hat{y} - b_1 \cdot \bar{x}_1 - b_2 \cdot \bar{x}_2$$

$$a = 88,8 - 0,907 \cdot 52,9 - 0,945 \cdot 35,5 = 7,2722$$

$$y_{x_1x_2} = 7,2722 + 0,907 \cdot x_1 + 0,945 \cdot x_2$$

Для характеристики относительной силы влияния  $x_1$  и  $x_2$  на  $y$  рассчитаем средние коэффициенты эластичности:

$$\bar{Y}_{yx_j} = b_j \frac{\bar{x}_j}{y}$$

$$\bar{Y}_{yx_1} = \frac{0,907 \cdot 52,9}{88,8} = 0,5403\%; \bar{Y}_{yx_2} = \frac{0,945 \cdot 35,5}{88,8} = 0,3778\%.$$

С увеличением средней заработной платы на  $x_1$  на 1% от ее среднего уровня средний душевой доход  $y$  возрастает на 0,54 от своего среднего уровня; при повышении среднего возраста безработного  $x_2$  на 1% среднедушевой доход  $y$  снижается на 0,38% от своего среднего уровня. Очевидно, что сила влияния средней заработной платы  $x_1$  на средний душевой доход  $y$  оказалось большей, чем сила влияния среднего возраста безработного  $x_2$ . К аналогичным выводам о силе связи приходим при сравнении модулей значений  $\beta_1$  и  $\beta_2$ :

$$|\beta_1| = |0,845| > |\beta_2| = |-0,159|$$

Различия в силе влияния фактора на результат, полученные при сравнении  $\bar{Y}_{yx_j}$  и  $\beta_j$ , объясняется тем, что коэффициент эластичности исходит из соотношения средних:

$$\bar{Y}_{yx_j} = b_j \frac{\bar{x}_j}{y},$$

а  $\beta$  - коэффициент – из соотношения средних квадратических отклонений:

$$\beta_1 = b_1 \frac{\sigma_{x_1}}{\sigma_y}$$

2. Линейные коэффициенты частной корреляции здесь рассчитываются по рекуррентной формуле:

$$r_{yx_1x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2}^2)(1 - r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{0,8605 - (-0,2401) \cdot (-0,096)}{\sqrt{(1 - 0,2401^2)(1 - 0,096^2)}} = \frac{0,8375}{\sqrt{0,9337}} = 0,8667$$

$$r_{y_2 x_1} = \frac{r_{y_2 x_2} - r_{y_2 x_1} \cdot r_{x_1 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{y_2 x_1}^2)(1 - r_{x_1 x_2}^2)}} = \frac{-0,2401 - 0,8605 \cdot (-0,096)}{\sqrt{(1 - 0,74)(1 - 0,009216)}} = \frac{-0,1571}{\sqrt{0,2576}} = \frac{-0,1571}{0,5075} = -0,3096$$

$$r_{x_1 x_2} y = \frac{r_{x_1 x_2} - r_{y_2 x_1} \cdot r_{y_2 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{y_2 x_1}^2)(1 - r_{y_2 x_2}^2)}} = \frac{-0,096 - 0,8605 \cdot (-0,2401)}{\sqrt{(1 - 0,8605^2)(1 - (-0,2401)^2)}} =$$

$$\frac{-0,096 - (-0,2066)}{\sqrt{(1 - 0,7405)(1 - 0,0576)}} = \frac{0,1106}{\sqrt{0,2446}} = \frac{0,1106}{0,4945} = 0,2237$$

Если сравнить значения коэффициентов парной и частной корреляции, то приходим к выводу, что из-за слабой межфакторной связи ( $r_{x_1 x_2} = -0,096$ ) коэффициенты парной и частной корреляции отличаются незначительно: выводы о тесноте и направлении связи на основе коэффициентов парной и частной корреляции совпадают:

$$r_{y_2 x_1} = 0,8605; r_{y_2 x_2} = -0,2401; r_{x_1 x_2} = -0,096;$$

$$r_{y_2 x_1} x_2 = 0,8667; r_{y_2 x_2} x_1 = -0,3096; r_{x_1 x_2} y = 0,2237.$$

Расчет линейного коэффициента множественной корреляции выполним с использованием коэффициентов  $r_{y_2 x_j}$  и  $\beta_j$ :

$$R_{y_2 x_2} = \sqrt{r_{y_2 x_1} \cdot \beta_1 + r_{y_2 x_2} \cdot \beta_2} = \sqrt{0,8605 \cdot 0,845 + (-0,2401) \cdot (-0,159)} = \sqrt{0,727 + 0,038} =$$

$$= \sqrt{0,765} = 0,874$$

Зависимость  $y$  от  $x_1$  и  $x_2$  характеризуется как тесная, в которой 76% вариации среднего душевого дохода определяются вариацией учтенных в модели факторов: средней заработной платы и среднего возраста безработного. Прочие факторы, не включенные в модель, составляют соответственно 24% от общей вариации  $y$ .

3. Общий  $F$ -критерий проверяет гипотезу  $H_0$  о статистической значимости уравнения регрессии и показателя тесноты связи ( $R^2 = 0$ ):

$$F_{\hat{\sigma}^2 \hat{r} \hat{e} \hat{n}} = \frac{R_{y_2 x_2}^2}{1 - R_{y_2 x_2}^2} \div \frac{m}{n - m - 1} = \frac{R_{y_2 x_2}^2}{1 - R_{y_2 x_2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m}$$

$$F_{\hat{\sigma}^2 \hat{r} \hat{e} \hat{n}} = \frac{0,7638}{0,2346} \cdot \frac{27}{2} = 3,2558 \cdot 13,5 = 43,9533$$

$$F_{\hat{n} \hat{r} \hat{a} \hat{e}} = 3,35; \alpha = 0,05.$$

Сравнивая  $F_{\hat{\sigma}^2 \hat{r} \hat{e} \hat{n}}$  и  $F_{\hat{n} \hat{r} \hat{a} \hat{e}}$ , приходим к выводу о необходимости отклонить гипотезу  $H_0$ , так как  $F_{\hat{n} \hat{r} \hat{a} \hat{e}} = 3,35 < F_{\hat{\sigma}^2 \hat{r} \hat{e} \hat{n}} = 43,9533$ . С вероятностью  $1 - \alpha = 0,95$  делаем заключение о статистической значимости уравнения в целом и показателя тесноты связи  $R_{y_2 x_2}$ , которые сформировались под неслучайным воздействием факторов  $x_1$  и  $x_2$ . Частные  $F$ -критерии -  $F_{x_1}$  и  $F_{x_2}$  оценивают статистическую значимость присутствия факторов  $x_1$  и  $x_2$  в уравнении множественной регрессии, оценивают целесообразность включения в уравнение одного фактора после другого фактора, то есть  $F_{x_1}$  оценивает целесообразность включения в уравнение фактора  $x_1$  после того, как в него был включен фактор  $x_2$ . Соответственно  $F_{x_2}$  указывает на целесообразность включения в модель фактора  $x_2$  после фактора  $x_1$ :

$$F_{x_1 \hat{\sigma}^2 \hat{r} \hat{e} \hat{n}} = \frac{R_{y_2 x_2}^2 - r_{y_2 x_2}^2}{1 - R_{y_2 x_2}^2} \div \frac{1}{n - m - 1} = \frac{R_{y_2 x_2}^2 - r_{y_2 x_2}^2}{1 - R_{y_2 x_2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1}$$

$$F_{x_1 \hat{r} \hat{e} \hat{n}} = \frac{0,874^2 - 0,0576}{1 - 0,7655} \cdot \frac{27}{1} = \frac{0,7062}{0,2345} \cdot 27 = 3,0115 \cdot 27 = 81,3105$$

$$F_{\hat{n} \hat{r} \hat{a} \hat{e}} = 4,21; \alpha = 0,05.$$

Сравнивая  $F_{\hat{n} \hat{r} \hat{a} \hat{e}}$  и  $F_{\hat{o} \hat{r} \hat{e} \hat{n}}$  приходим к выводу о целесообразности включения в модель фактора  $x_1$  после фактора  $x_2$ , так как  $F_{x_1 \hat{r} \hat{e} \hat{n}} = 81,3105 > F_{\hat{n} \hat{r} \hat{a} \hat{e}}$ . Гипотезу  $H_0$  о несущественного прироста  $R_y^2$  за счет включения фактора  $x_1$  после фактора  $x_2$ .

Целесообразность включения в модель фактора  $x_2$  после фактора  $x_1$  проверяет

$$F_{x_2 \hat{r} \hat{e} \hat{n}}$$

$$F_{x_2 \hat{r} \hat{e} \hat{n}} = \frac{R_{yx_1x_2}^2 - r_{yx_1}^2}{1 - R_{yx_1x_2}^2} \div \frac{1}{n - m - 1} = \frac{R_{yx_1x_2}^2 - r_{yx_1}^2}{1 - R_{yx_1x_2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1}$$

$$F_{x_2 \hat{r} \hat{e} \hat{n}} = \frac{0,874^2 - 0,8605^2}{1 - 0,8774^2} \cdot \frac{27}{1} = \frac{0,7638 - 0,7405}{1 - 0,7638} = \frac{0,0233}{0,2363} = 0,0986$$

Низкое значение  $F_{x_2 \hat{r} \hat{e} \hat{n}}$  свидетельствует о статистической незначимости прироста

$$r_{yx_1}^2$$

За счет включения в модель фактора  $x_2$  после фактора  $x_1$ . Следовательно, подтверждается нулевая гипотеза  $H_0$  о нецелесообразности включения в модель фактора  $x_2$  (средний возраст безработного). Это означает, что парная регрессионная модель зависимости среднего дохода от средней заработной платы является достаточно статистически значимой, надежной и что нет необходимости улучшать ее, включая дополнительный фактор  $x_2$  (средний возраст безработного).

#### Занятие № 4 по теме 4 «Нелинейные регрессионные модели»

**Содержание:** конспектирование, выполнение подготовки рефератов и изучение дополнительной учебной литературы.

**Срок выполнения:** к следующему практическому занятию.

**Оrientировочный объем конспекта** - не менее пяти страниц.

**Отчетность:** подготовленные конспекты, рефераты.

#### Подготовить рефераты по вопросам:

1. Природа нелинейных моделей.
2. Методы выбора вида нелинейных моделей.
3. Два класса нелинейных моделей регрессии.
4. Линеаризация.
5. Коэффициенты эластичности.
6. Корреляция для нелинейной регрессии.

#### Занятие № 5 по теме 5 «Обобщенная линейная регрессионная модель»

**Содержание:** конспектирование, выполнение подготовки презентаций и изучение дополнительной учебной литературы.

**Срок выполнения:** к следующему практическому занятию.

**Оrientировочный объем конспекта** - не менее пяти страниц.

**Отчетность:** подготовленные конспекты, презентации.



**Подготовить презентации по вопросам:**

1. Матрица ковариаций в обобщенной линейной регрессионной модели.
2. Обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК). Теорема Айткена.
3. Линейная модель с автокорреляциями.
4. Авторегрессионный процесс первого порядка.
5. Коэффициент авторегрессии.
6. Методы оценивания в модели с авторегрессией.
7. Тест Дарбина-Уотсона.

**Занятие № 6 по теме 6 «Временные ряды»**

**Содержание:** конспектирование, решение задач и изучение дополнительной учебной литературы.

**Срок выполнения:** к следующему практическому занятию.

**Ориентировочный объем конспекта** - не менее пяти страниц.

**Отчетность:** подготовленные конспекты, задачи.

**Задачи для самостоятельной работы:**

**Задача 1.** Пусть имеется следующий временный ряд:

$$t: 1 \quad 2 \quad 3 \dots 9$$

$$y_t : 25 \dots \dots \dots 10$$

Известно также, что  $\sum y_t = 130$ ;  $\sum y_t^2 = 3100$ ;  $\sum_{t=2}^n y_t y_{t-1} = 2552$ .

Определить для этого временного ряда значение коэффициента автокорреляции первого порядка.

**Решение.** Значение коэффициента определим по формуле:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)(y_{t-1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)^2 \sum_{t=2}^n (y_{t-1} - \bar{y}_2)^2}}$$

Распишем все компоненты этой формулы. Числитель преобразуем следующим путем:

$$\begin{aligned} \sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)(y_{t-1} - \bar{y}_2) &= \sum_{t=2}^n (y_t y_{t-1} - \bar{y}_1 y_{t-1} - \bar{y}_2 y_t + \bar{y}_1 \bar{y}_2) = \\ &= \sum_{t=2}^n y_t y_{t-1} - \bar{y}_1 \sum_{t=2}^n y_{t-1} - \bar{y}_2 \sum_{t=2}^n y_t + (n-1) \bar{y}_1 \cdot \bar{y}_2 \end{aligned}$$

Здесь  $n = 9$ , значения средних вычисляем по соответствующим формулам; при этом значения сумм рассчитываются с учетом крайних значений временного ряда:

$$\sum_{t=2}^n y_{t-1} = \sum_{t=1}^n y_t - y_n = 130 - 10 = 120$$

$$\sum_{t=2}^n y_t = \sum_{t=1}^n y_t - y_1 = 130 - 25 = 105$$

$$\bar{y}_1 = \frac{105}{8} = 13,125; \quad \bar{y}_2 = \frac{120}{8} = 15$$

$$\text{Отсюда: } \sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)(y_{t-1} - \bar{y}_2) = 2552 - 13,125 \cdot 120 - 15 \cdot 105 + 8 \cdot 13,125 \cdot 15 = 977.$$

Аналогично рассчитываем каждый член в знаменателе:

$$\begin{aligned} \sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)^2 &= \sum_{t=2}^n (y_t^2 - 2\bar{y}_1 \cdot y_t + \bar{y}_1^2) = \\ &= \sum_{t=2}^n y_t^2 - 2\bar{y}_1 \cdot \sum_{t=2}^n y_t + (n-1)\bar{y}_1^2 = \\ &= \sum_{t=1}^n y_t^2 - y_1^2 - 2\bar{y}_1 \cdot \sum_{t=2}^n y_t + (n-1)\bar{y}_1^2 = \\ &= 3100 - 25^2 - 2 \cdot 13,125 \cdot 105 + 8 \cdot 13,125^2 = 1096,87. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_2)^2 &= \sum_{t=2}^n (y_{t-1}^2 - 2\bar{y}_2 \cdot y_{t-1} + \bar{y}_2^2) = \\ &= \sum_{t=2}^n y_{t-1}^2 - 2\bar{y}_2 \cdot \sum_{t=2}^n y_{t-1} + (n-1)\bar{y}_2^2 = \\ &= \sum_{t=1}^n y_t^2 - y_n^2 - 2\bar{y}_2 \cdot \sum_{t=2}^n y_{t-1} + (n-1)\bar{y}_2^2 = \\ &= 3100 - 10^2 - 2 \cdot 15 \cdot 120 + 8 \cdot 15^2 = 1200. \end{aligned}$$

Результат определим по исходной расчетной формуле:

$$r_1 = \frac{977}{\sqrt{1096,875 \cdot 1200}} = \frac{977}{1147,28} = 0,852$$

### Задача 2.

На основе квартальных данных объемов продаж предприятия за 1995-2000 гг. была построена аддитивная модель временного ряда, трендовая компонента которой имеет вид:

$$T = 200 + 3 \cdot t \quad (t = 1, 2, \dots).$$

Показатели за 1999 г. приведены в таблице:

Квартал	Фактический объем продаж	Компонента аддитивной модели		
		трендовая	сезонная	случайная
1	2	3	4	5
1	200			-11
2			15	5
3	250		32	
4				

Определить недостающие в таблице данные, учитывая что общий объем продаж за 1999 г. составил 1000 тыс. у.е.

### Решение.

В первую очередь определим все значения трендовой компоненты. Чтобы использовать имеющееся уравнение тренда, надо определить моменты времени, относящиеся к 1999 г. Поскольку модель относится к периоду 1995м – 2000 гг., т.е. охватывает 6 лет, квартальные временные отметки изменяются от 1 до 24. В этом случае 1999 г. (предпоследний в исследуемом периоде) соответствует моментам времени 17, 18, 19 и 20.

Подставим в уравнение тренда, получим:

$$T_1 = 200 + 3 \cdot 17 = 251;$$

$$T_2 = 200 + 3 \cdot 18 = 254;$$

$$T_3 = 200 + 3 \cdot 19 = 257;$$

$$T_4 = 200 + 3 \cdot 20 = 260.$$

Далее недостающие величины для первого, второго и третьего кварталов вычисляем по балансу из уравнения для аддитивной модели временного ряда:

$$S_1 = y_1 - T_1 - E_1 = 200 - 251 - (-11) = -40;$$

$$y_2 = T_2 + S_2 + E_2 = 254 + 15 + 5 = 274;$$

$$E_3 = y_3 - T_3 - S_3 = 250 - 257 - 32 = -39.$$

Осталось определить только величины для четвертого квартала, где известно только значение трендовой компоненты. В условиях задачи задан общий объем продаж за год. Поскольку известны продажи за три первых квартала, четвертый определяется легко:

$$y_4 = 1000 - (y_1 + y_2 + y_3) = 1000 - (200 + 274 + 250) = 276.$$

Для расчета сезонной компоненты за 4 – й квартал воспользуемся тем, что в аддитивной модели сумма сезонных компонент за один период должны равняться нулю:

$$S_4 = -(S_1 + S_2 + S_3) = -(40 + 15 + 32) = -7.$$

Последнее значение в таблице – случайную компоненту за 4 – й квартал – вычисляем по балансу из уравнения аддитивной модели, поскольку все остальные компоненты уже известны:

$$E_4 = y_4 - T_4 - S_4 = 276 - 260 + 7 = 23.$$

Квартал	Фактический объем продаж	Компонента аддитивной модели		
		трендовая	сезонная	случайная
1	2	3	4	5
1	200	251	- 40	-11
2	274	254	15	5
3	250	257	32	- 39
4	276	260	- 7	23

### Задача 3.

На основе поквартальных данных за 9 последних лет была построена мультипликативная модель некоторого временного ряда. Уравнение тренда в этой модели имеет вид:

$$T_t = 10,8 + 0,1 \cdot t.$$

Скорректированные значения сезонной компоненты равны: в 1–м квартале – 1,5; в 3–м квартале – 0,6; в 4–м квартале – 0,8.

Определить сезонную компоненту за 2 – й квартал и прогноз моделируемого показателя за 2 – й и 3 – й кварталы следующего года.

### Решение.

В мультипликативной модели сумма скорректированных сезонных компонент за один период должны равняться количеству этих коэффициентов, т.е. четырем. Отсюда находим недостающую сезонную компоненту за 2–й квартал:

$$S_2 = 4 - (S_1 + S_3 + S_4) = 4 - (1,5 + 0,6 + 0,8) = 1,1.$$

Для прогнозирования по мультипликативной модели воспользуемся соотношением (2), в котором не будем учитывать случайную компоненту. При этом следует иметь в виду, что 2–й и 3–й кварталы будущего года будут относиться в рамках рассматриваемой модели соответственно к 38–й и 39–й отметкам времени соответственно:

$$\hat{y}_{38} = (10,8 + 0,1 \cdot 38) \cdot 1,1 = 16,06;$$

$$\hat{y}_{39} = (10,8 + 0,1 \cdot 39) \cdot 0,6 = 8,82.$$

**Задача 4.** На основе помесечных данных за последние 5 лет была построена аддитивная временная модель потребления тепла в районе. Скорректированные значения сезонной компоненты приведены в таблице

Январь	+ 27	Май	- 20	Сентябрь	- 10
Февраль	+ 22	Июнь	- 34	Октябрь	+ 12
Март	+ 15	Июль	- 42	Ноябрь	+20
Апрель	- 2	Август	- 18	Декабрь	?

Уравнение тренда выглядит так:

$$T = 300 + 1,1 \cdot t.$$

Определить значение сезонной компоненты за декабрь, а также точечный прогноз потребления тепла на 2-й квартал следующего года.

**Решение.** В аддитивной модели временного ряда сумма скорректированных сезонных компонент за один период, в данном случае за год, должна равняться нулю. Отсюда значение сезонной компоненты за декабрь:

$$S_{12} = - \sum_{i=1, (i \neq 12)}^{12} S_i = (27 + 22 + 15 - 2 - 20 - 34 - 42 - 18 - 10 + 12 + 20) = -30.$$

Прогноз потребления тепла рассчитывается по формуле для детерминированной составляющей ряда, в которой не учитывается случайная составляющая, поскольку она не прогнозируется. Здесь для расчета трендовой компоненты следует иметь в виду, что второму кварталу следующего года (апрель, май, июнь) соответствуют отметки времени 64, 65 и 66. Прогноз за весь второй квартал складывается из прогнозов за апрель, май и июнь.

$$\hat{y}(\text{апрель}) = (300 + 1,1 \cdot 64) - 2 = 368,4;$$

$$\hat{y}(\text{май}) = (300 + 1,1 \cdot 65) - 20 = 351,5;$$

$$\hat{y}(\text{июнь}) = (300 + 1,1 \cdot 66) - 34 = 338,6;$$

$$\hat{y}(\text{2-й квартал}) = 368,4 + 351,5 + 338,6 = 1058,5.$$

#### Задача 5.

Дана таблица:

Момент времени	$t-3$	$t-2$	$t-1$	$t$	$t+1$
$S^*$	130				
$S$	145	165	190	210	-

где  $S^*$ ,  $S$  - ожидаемый и действительный объемы предложения. Определить значения  $S^*$  в соответствии с моделью адаптивных ожиданий, приняв  $\lambda = 0,55$ .

**Решение.** Расчет ожидаемых значений проводим по формуле:

$$S_{t+1}^* = \lambda S_t + (1 - \lambda) S_t^*,$$

которая модифицируется для каждого момента времени  $(t-2, t-1, t)$ :

$$S_{t-2}^* = \lambda S_{t-3} + (1 - \lambda) S_{t-3}^* = 0,55 \cdot 145 + (1 - 0,55) \cdot 130 = 138,25;$$

$$S_{t-1}^* = \lambda S_{t-2} + (1 - \lambda) S_{t-2}^* = 0,55 \cdot 165 + (1 - 0,55) \cdot 138,25 = 152,96;$$

$$S_t^* = \lambda S_{t-1} + (1 - \lambda) S_{t-1}^* = 0,55 \cdot 190 + (1 - 0,55) \cdot 152,96 = 173,33;$$

$$S_{t+1}^* = \lambda S_t + (1 - \lambda) S_t^* = 0,55 \cdot 210 + (1 - 0,55) \cdot 173,33 = 193,50.$$

**Содержание:** конспектирование, выполнение подготовки эссе и изучение дополнительной учебной литературы.

**Срок выполнения:** к следующему практическому занятию.

**Ориентировочный объем конспекта** -не менее пяти страниц.

**Отчетность:** подготовленные конспекты, эссе.

**Тематика эссе:**

1. Системы одновременных уравнений.
2. Экзогенные и эндогенные переменные.
3. Внешне не связанные уравнения.
4. Структурная и приведенная формы модели.
5. Косвенный метод наименьших квадратов.
6. Проблемы идентифицируемости.
7. Оценивание систем одновременных уравнений.
8. Двухшаговый и трехшаговый метод наименьших квадратов.

### **Занятие № 8 по теме 8 «Дискретные зависимые переменные»**

**Содержание:** конспектирование, выполнение подготовки рефератов и изучение дополнительной учебной литературы.

**Срок выполнения:** к следующему практическому занятию.

**Ориентировочный объем конспекта** -не менее пяти страниц.

**Отчетность:** подготовленные конспекты, рефераты.

**Подготовить рефераты по вопросам:**

1. Модели бинарного выбора.
2. Линейная модель вероятности, *probit*- и *logit*- модели.
3. Модели множественного выбора для номинальных и порядковых переменных.
4. Модели с урезанными и цензурированными выборками.

### **Примерные варианты тестовых заданий**

1. Сформулируйте определение эконометрики.
2. Этапы эконометрического исследования, какие задачи приходится решать при эконометрическом моделировании?
3. Какие типы данных используются в эконометрическом исследовании? Какие количественные показатели набора данных возможно использовать в различных типах шкал?
4. В чём состоят ошибки спецификации модели?
5. Из решения какой экстремальной задачи находятся оценки коэффициентов регрессии?
6. В чём состоит анализ дисперсии? Как может быть представлена общая сумма квадратов?
7. Как проверяется адекватность регрессионной модели?
8. Миллиардные доходы компании Ростелеком были оценены с использованием показателя ВВП. Соответствующее уравнение регрессии имеет вид  $Y = 0,067 + 0,05 X$ , где  $X$  – ВВП, выраженный в миллиардах.
  - а) дайте интерпретацию угловому коэффициенту уравнения,
  - б) дайте интерпретацию свободному члену уравнения.
9. Какая из следующих ситуаций невозможна?

- а)  $y = 26 + 1,25x$ ,  $r_{xy} = 0,8$ ,  
 б)  $y = 40 + 2x$ ,  $r_{xy} = -0,6$ ,  
 в)  $y = -10 + 1,5x$ ,  $r_{xy} = 0,5$ ,  
 г)  $y = 5 - 3x$ ,  $r_{xy} = -0,86$ .

10. Может ли уравнение парной регрессии быть значимым, а коэффициент регрессии не значимым?
11. Как определяются коэффициенты эластичности для различных регрессионных моделей?
12. Какие свойства оценок коэффициентов регрессии следуют из теоремы Гаусса-Маркова?
13. Сформулируйте, в чём состоит спецификация модели множественной регрессии.
14. Что измеряет в многомерной регрессии стандартная ошибка оценки?
15. Объясните каждое из следующих понятий:
- а) корреляционная матрица;  
 б)  $R^2$ ;  
 в) мультиколлинеарность;  
 г) остатки;  
 д) фиктивная переменная.
16. К чему приводит наличие мультиколлинеарности факторов, включённых в модель?
17. Как можно смягчить влияние мультиколлинеарности на результат моделирования?
18. По каким причинам целесообразно построение «стандартизованного» уравнения регрессии?
19. Зачем вычисляется скорректированный коэффициент детерминации?
20. Для чего используется частный F-критерий?
21. Чем объясняется ситуация: уравнение в целом значимо по F-критерию, а каждый коэффициент уравнения не значим по t-критерию?
22. Что такое фиктивные переменные и для чего они вводятся?
23. Какова интерпретация коэффициентов при фиктивных переменных?
24. Для чего используется тест Чоу и в чём его суть?
25. К чему приводит нарушение предпосылок теоремы Гаусса-Маркова?
26. Как проверяется наличие гетероскедастичности остатков?
27. Что делать при наличии гетероскедастичности остатков?
28. Почему наличие автокорреляции создаёт проблемы при анализе данных?
29. Что является основной причиной автокорреляции?
30. Какое из предположений регрессии наиболее часто нарушается при анализе данных временных рядов?
31. Как проверить наличие автокорреляции остатков?
32. Требуется проверить наличие автокорреляции на уровне значимости 0,05 для 43 остатков регрессии с двумя независимыми переменными. Какое следует принять решение, если вычисленное значение статистики Дарбина-Уотсона равно 1,65?
33. Какова методика построения модели при наличии автокорреляции остатков?
34. Сформулируйте алгоритм, описывающий выполнение процедуры Кокрана-Оркатта.
35. Сформулируйте методы построения систем уравнений.
36. Как связаны между собой структурная и приведённая формы модели?
37. Сформулируйте и необходимые достаточные условия идентификации модели.
38. В чём суть косвенного метода наименьших квадратов?
39. В какой ситуации применяется двухшаговый метод наименьших квадратов?
40. Что представляют собой модели кейнсианского типа?

41. Приведите пример динамической макроэкономической модели.
42. Сформулируйте задачи эконометрического исследования временного ряда.
43. Поясните, в чём состоят характерные отличия временных рядов от пространственных выборок.
44. Под воздействием каких групп факторов формируются значения уровней временного ряда и к какой структуре ряда это приводит?
45. Как на стадии графического анализа динамики временного ряда можно определить характер сезонности (аддитивный или мультипликативный)?
46. Что такое автокорреляционная (АКФ) и частная автокорреляционная функции (ЧАКФ)? В чём их различие?
47. Объясните идею декомпозиции временных последовательностей.
48. Объясните назначение скользящих средних. Влияние каких компонент временного ряда устраняется с их помощью?
49. Как рассчитываются простые скользящие средние при чётной длине интервала сглаживания?
50. Объясните, в каких случаях метод мультипликативной декомпозиции является более подходящим, чем метод аддитивной декомпозиции.
51. Какие основные типы воздействий оказывают наибольшее влияние на сезонную компоненту?
52. В чём состоят отличия подходов к оцениванию сезонной составляющей в случае мультипликативного и аддитивного характера сезонности?
53. Чему равна сумма оценок коэффициентов сезонной составляющей для полного сезонного цикла (характер сезонности – аддитивный)?
54. Чему равна сумма оценок коэффициентов сезонности для полного сезонного цикла (характер сезонности – мультипликативный)?
55. Какие модели тренда должны быть использованы в каждом из следующих случаев?
  - а) переменная возрастает с постоянным отношением,
  - б) переменная возрастает с постоянной скоростью до момента насыщения, а далее выравнивается,
  - в) переменная возрастает на постоянное значение.
56. Какие методики используются для количественного описания компонент временного ряда?
57. Каждое из следующих утверждений описывает стационарный или нестационарный ряд. Определите к какому типу относится каждый из них:
  - а) ряд, имеющий тренд;
  - б) ряд, у которого среднее значение и дисперсия остаются постоянными во времени;
  - в) ряд, у которого среднее значение изменяется с течением времени;
  - г) ряд, не содержащий ни подъёма, ни спада.
58. Сформулируйте типы явных динамических эконометрических моделей.
59. Сформулируйте суть методов Бокса-Дженкинса.
60. Если все коэффициенты автокорреляции попадают внутрь 95%-ного доверительного интервала и в них не наблюдается определённой структуры, то что, в таком случае, можно сказать о процессе и модели ARIMA?
61. Охарактеризуйте поведение АКФ и ЧАКФ для AR(2) и для MA(2).
62. Наблюдается квартальный процесс. Если коэффициенты автокорреляции  $\gamma_4$ ,  $\gamma_8$  и  $\gamma_{12}$  значительно больше нуля, то что можно сказать о процессе?
63. Если три первых коэффициента автокорреляции положительны, существенно отличны от нуля и в совокупности все значения коэффициентов плавно убывают к нулю, то какие выводы можно сделать о процессе и ARIMA модели?
64. Приведите вид моделей с распределённым лагом и моделей авторегрессии.

65. Приведите примеры экономических задач, для которых требуется использование моделей авторегрессии и с распределённым лагом.
66. Сформулируйте основное предположение метода Алмон. Когда имеет смысл его применять?
67. Дайте описание метода Койка для построения модели с распределённым лагом.
68. Напишите виды неявных динамических эконометрических моделей.
69. В чём сущность модели адаптивных ожиданий? Какова методика оценки её параметров?
70. В чём сущность модели неполной корректировки? Какова методика оценки её параметров?
71. В каких ситуациях целесообразно использование GARCH моделей? В чём их суть?

### Подготовка к письменным (контрольным) работам (В целом по всей дисциплине)

#### Контрольные вопросы:

1.  $Q = \dots \dots \dots \min$  соответствует: методу наименьших квадратов
2. **Автокорреляция** — это корреляционная зависимость уровней ряда от предыдущих значений.
3. **Автокорреляция** имеется когда: каждое следующее значение остатков
4. **Аддитивная модель временного ряда** имеет вид:  $Y = T + S + E$
5. **Атрибутивная переменная** может употребляться, когда: независимая переменная качественна;
6. **В каких пределах** изменяется коэффициент детерминанта: от 0 до 1.
7. **В каком случае** модель считается адекватной:  $F_{расч} > F_{табл}$
8. **В каком случае** рекомендуется применять для моделирования показателей с увелич. ростом параболу если относительная величина...неограниченно
9. **В результате автокорреляции** имеем неэффективные оценки параметров
10. **В хорошо подобранной модели** остатки должны иметь нормальный закон
11. **В эконометрическом анализе  $X_j$  рассматриваются:** как случайные величины
12. **Величина доверительного интервала** позволяет установить предположение о том, что: интервал содержит оценку параметра неизвестного.
13. **Величина рассчитанная по формуле  $r = \dots$  является оценкой:** парного коэф. Корреляции
14. **Внутренне нелинейная регрессия**— это истинно нелинейная регрессия, которая не может быть приведена к линейной регрессии преобразованием переменных и введением новых переменных.
15. **Временной ряд**— это последовательность значений признака (результативного переменного), принимаемых в течение последовательных моментов времени или периодов.
16. **Выберете авторегрессионную модель**  $U_t = a + b_0 x_1 + \sum u_{t-1} + \epsilon_t$
17. **Выберете модель с лагами**  $U_t = a + b_0 x_1 \dots \dots$  (самая длинная формула)
18. **Выборочное значение  $R_{xy}$**  не  $> 1$ ,  $|R| < 1$
19. **Выборочный коэффициент корреляции  $r$  по абсолютной:** величине не превосходит единицы
20. **Гетероскедастичность**— нарушение постоянства дисперсии для всех наблюдений.



21. Гетероскедастичность присутствует когда: дисперсия случайных остатков не постоянна
22. Гетероскедастичность – это когда дисперсия остатков различна
23. Гипотеза об отсутствии автокорреляции остатков доказана, если  $D_{табл2}$ ...
24. Гомоскедастичность — постоянство дисперсии для всех наблюдений, или одинаковость дисперсии каждого отклонения (остатка) для всех значений факторных переменных.
25. Гомоскедастичность— это когда дисперсия остатков постоянна и одинакова для всех ... наблюдений.
26. Дисперсия— показатель вариации.
27. Для определения параметров неидентифицированной модели применяется.: не один из суц. методов применить нельзя
28. Для определения параметров сверх идентифицированной модели примен.: применяется. 2-х шаговый МНК
29. Для определения параметров структурную форму модели необходимо преобразовать в: приведенную форму модели
30. Для определения параметров точно идентифицируемой модели: применяется косвенный МНК;
31. Для оценки ... изменения  $y$  от  $x$  вводится: коэффициент эластичности:
32. Для парной регрессии  $\sigma^2 b$  равно.... $(x_i - \bar{x})^2$
33. Для проверки значимости отдельных параметров регрессии используется: t-тест.
34. Для регрессии  $y = a + bx$  из  $n$  наблюдений интервал доверия  $(1-\alpha)\%$  для коэф.  $b$  составит  $b \pm t \cdot \sigma_b$
35. Для регрессии из  $n$  наблюдений и  $m$  независимых переменных существует такая связь между  $R^2$  и  $F$ ..= $[(n-m-1)/m](R^2/(1-R^2))$
36. Доверительная вероятность— это вероятность того, что истинное значение результативного показателя попадёт в расчётный прогнозный интервал.
37. Допустим что для описания одного экономического процесса пригодны 2 модели. Обе адекватны по  $f$  критерию фишера. какой предоставить преимущество, у той у кот.: большее значения  $F$  критерия
38. Допустим, что зависимость расходов от дохода описывается функцией  $y = a + bx$  среднее значение  $y = 2$ ...равняется 9
39. Если  $R_{xy}$  положителен, то с ростом  $x$  увеличивается  $y$ .
40. Если в уравнении регрессии имеется несущественная переменная, то она обнаруживает себя по низкому значению  $T$  статистики
41. Если качественный фактор имеет 3 градации, то необходимое число фиктивных переменных 2
42. Если коэффициент корреляции положителен, то в линейной модели с ростом  $x$  увеличивается  $y$
43. Если мы заинтересованы в использовании атрибутивных переменных для отображения эффекта разных месяцев мы должны использовать 11 атрибутивных методов
44. Если регрессионная модель имеет показательную зависимость, то: метод МНК применим после приведения к линейному виду.
45. Зависимость между коэффициентом множественной детерминации ( $D$ ) и корреляции ( $R$ ) описывается следующим методом  $R = \sqrt{D}$
46. Значимость уравнения регрессии— действительное наличие исследуемой зависимости, а не просто случайное совпадение факторов, имитирующее зависимость, которая фактически не существует.
47. Значимость уравнения регрессии в целом оценивают: - $F$ -критерий Фишера

48. **Значимость частных и парных коэф.корреляции поверен. с помощью:** -t- критерия Стьюдента
49. **Интеркорреляция и связанная с ней мультиколлинеарность**— это приближающаяся к полной линейной зависимости тесная связь между факторами.
50. **Какая статистическая характеристика выражается формулой  $R^2=...$** коэффициент детерминации
51. **Какая статистическая хар-ка выражена формулой:  $r_{xy}=Ca(x;y)$**  разделить на корень  $\sqrt{Var(x)*Var(y)}$ :коэффициент. корреляции
52. **Какая функция используется при моделировании моделей с постоянным ростом** степенная
53. **Какие точки исключаются из временного ряда процедурой сглаживания** и в начале, и в конце.
54. **Какое из уравнений регрессии является степенным**  $y=a_0 \cdot \hat{x}^1 a$
55. **Классический метод к оцениванию параметров регрессии основан на:** - метод наименьших квадратов (МНК)
56. **Количество степеней свободы для t статистики при проверки значимости параметров регрессии из 35 наблюдений и 3 независимых переменных** 31;
57. **Количество степеней свободы знаменателя F-статистики в регрессии из 50 наблюдений и 4 независимых переменных:** 45
58. **Компоненты вектора  $E_i$**  имеют нормальный закон
59. **Корреляция**— стохастическая зависимость, являющаяся обобщением строго детерминированной функциональной зависимости посредством включения вероятностной (случайной) компоненты.
60. **Коэффициент автокорреляции:** характеризует тесноту линейной связи текущего и предстоящего уровней ряда
61. **Коэффициент детерминации**— показатель тесноты стохастической связи в общем случае нелинейной регрессии
62. **Коэффициент детерминации**— это величина, которая характеризует связь между зависимыми и независимыми переменными.
63. **Коэффициент детерминации – это:** квадрат множественного коэффициента корреляции
64. **Коэффициент детерминации - это:** величина, которая характеризует связь между независимой и зависимой (зависящей) переменными;
65. **Коэффициент детерминации R** показывает: долю вариаций зависимой переменной, объяснимую влиянием факторов, включаемых в модель.
66. **Коэффициент детерминации изменяется в пределах:** - от 0 до 1
67. **Коэффициент доверия**— это коэффициент, который связывает линейной зависимостью предельную и среднюю ошибки, выясняет смысл предельной ошибки, характеризующей точность оценки, и является аргументом распределения (чаще всего, интеграла вероятностей). Именно эта вероятность и есть степень надежности оценки.
68. **Коэффициент доверия (нормированное отклонение)**— результат деления отклонения от среднего на стандартное отклонение, содержательно характеризует степень надежности (уверенности) полученной оценки.
69. **Коэффициент корреляции  $R_{xy}$**  используется: для определения полноты связи  $X$  и  $Y$ .
70. **Коэффициент корреляции меняется в пределах :** от -1 до 1
71. **Коэффициент корреляции равный 0** означает, что: -отсутствует линейная связь.
72. **Коэффициент корреляции равный 1** означает, что: -существует функциональная зависимость.
73. **Коэффициент корреляции используется для:** определения тесноты связи между случайными величинами  $X$  и  $Y$ ;

74. **Коэффициент корреляции рассчитывается для:** измерения степени линейной взаимосвязи между двумя случайными переменными.
75. **Коэффициент линейной корреляции**— показатель тесноты стохастической связи между фактором и результатом в случае линейной регрессии.
76. **Коэффициент регрессии**— коэффициент при факторной переменной в модели линейной регрессии.
77. **Коэффициент регрессии  $b$  показывает:** на сколько единиц увеличивается  $y$ , если  $x$  увеличивается на 1.
78. **Коэффициент регрессии изменяется в пределах:** применяется любое значение ; от 0 до 1; от -1 до 1;
79. **Коэффициент эластичности измеряется в:** неизмеримая величина.
80. **Критерий Дарвина-Чотсона применяется для:** - отбора факторов в модель; или - определения автокорреляции в остатках
81. **Критерий Стьюдента**— проверка значимости отдельных коэффициентов регрессии и значимости коэффициента корреляции.
82. **Критерий Фишера показывает:** статистическую значимость модели в целом на основе совокупной достоверности всех ее коэффициентов;
83. **Лаговые переменные:** - это переменные, относящиеся к предыдущим моментам времени; или -это значения зависим. перемен. за предшествующий период времени.
84. **Лаговые переменные это значение зависимых переменных за предшествующий период времени**
85. **Модель в целом статистически значима, если  $F_{расч} > F_{табл}$ .**
86. **Модель идентифицирована, если:** - число параметров структурной модели равно числу параметров приведён. формы модели.
87. **Модель неидентифицирована, если:** - число приведён. коэф. Больше числа структурных коэф.
88. **Модель сверхидентифицирована, если:** число приведён. коэф. меньше числа структурных коэф
89. **Мультиколлениарность возникает, когда:** ошибочное включение в уравнение 2х или более линейно зависимых переменных; 2. две или более объясняющие переменные, в нормальной ситуации слабо коррелированные, становятся в конкретных условиях выборки сильно коррелированными; . в модель включается переменная, сильно коррелирующая с зависимой переменной.
90. **Мультипликативная модель временного ряда имеет вид:**  $-Y = T * S * E$
91. **Мультипликативная модель временного ряда строится, если:** амплитуда сезонных колебаний возрастает или уменьшается
92. **На основе поквартальных данных...значения 7-1 квартал, 9-2квартал и 11-3квартал ...-5**
93. **Неправильный выбор функциональной формы или объясняющих переменных называется ошибками спецификации**
94. **Несмещённость оценки параметра регрессии, полученной по МНК, означает:** - что она характеризуется наименьшей дисперсией.
95. **Одной из проблем которая может возникнуть в многофакторной регрессии и никогда не бывает в парной регрессии, является:** корреляция между независимыми переменными
96. **От чего зависит количество точек, исключаемых из временного ряда в результате сглаживания:** от применяемого метода сглаживания.
97. **Отметьте основные виды ошибок спецификации:** отбрасывание значимой переменной; добавление незначимой переменной;
98. **Оценки коэффициентов парной регрессии является несмещённым, если:** математические ожидания остатков =0.

99. **Оценки параметров парной линейной регрессии находятся по формуле  $b = \text{Cov}(x; y) / \text{Var}(x); a = \bar{y} - b\bar{x}$**

100. **Оценки параметров регрессии являются несмещенными, если Математическое ожидание остатков равно 0**

101. **Оценки параметров регрессии являются состоятельными, если:** - увеличивается точность оценки при  $n$ , т. е. при увеличении  $n$  вероятность оценки от истинного значения параметра стремится к 0.

102. **Оценки парной регрессии явл. эффективными, если:** оценка обладают наименьшей дисперсией по сравнению с другими оценками

103. **При наличии гетероскедастичности следует применять:** - обобщённый МНК

104. **При проверке значимости одновременно всех параметров используется:** - F-тест.

105. **При проверке значимости одновременно всех параметров регрессии используется:** F-тест.

106. **Применим ли метод наименьших квадратов для расчетов параметров показательной зависимости применим после ее приведения**

107. **Применим ли метод наименьших квадратов (МНК) для расчёта параметров нелинейных моделей?** применим после её специального приведения к линейному виду

108. **С помощью какого критерия оценивается значимость коэффициента регрессии Тьюдента**

109. **С увеличением числа объясняющих переменных скорректированный коэффициент детерминации:** - увеличивается.

110. **Связь между индексом множественной детерминации  $R^2$  и скорректированным индексом множественной детерминации  $\hat{R}^2$  есть**

111. **Скорректиров.коэф. детерминации:** - больше обычного коэф. детерминации

112. **Стандартизованный коэффициент уравнения регрессии  $B_k$  показывает на сколько % изменится результирующий показатель  $y$  при изменении  $x_k$  на 1% при неизменном среднем уровне других факторов**

113. **Стандартный коэффициент уравнения регрессии:** показывает на сколько 1 изменится  $y$  при изменении фактора  $x_k$  на 1 при сохранении др.

114. **Суть коэф. детерминации  $r^2_{xy}$  состоит в следующем:** - характеризует долю дисперсии результирующего признака  $y$  объясняем. регресс., в общей дисперсии результирующего признака.

115. **Табличное значение критерия Стьюдента зависит от уровня доверительной вероятности и от числа включённых факторов и от длины исходного ряда.** (от принятого уровня значимости и от числа степеней свободы ( $n - m - 1$ ))

116. **Табличные значения Фишера (F) зависят от доверительной вероятности и от числа включённых факторов и от длины исходного ряда (от доверительной вероятности  $p$  и числа степеней свободы дисперсий  $f_1$  и  $f_2$ ).**

117. **Уравнение в котором  $N$  число эндогенных переменных,  $D$  число отсутствующих экзогенных переменных, идентифицируемо если  $D+1=N$**

118. **Уравнение в котором  $N$  число эндогенных переменных,  $D$  число отсутствующих экзогенных переменных, не идентифицируемо если  $D+1 < N$**

119. **Уравнение в котором  $N$  число эндогенных переменных,  $D$  число отсутствующих экзогенных переменных, сверхидентифицируемо если  $D+1 > N$**

120. **Уравнение идентифицировано, если:**  $-D+1=N$

121. **Уравнение неидентифицировано, если:**  $-D+1 < N$

122. **Уравнение сверхидентифицировано, если:**  $-D+1 > N$

123. **Фиктивные переменные - это:** атрибутивные признаки (например, как профессия, пол, образование), которым придали цифровые метки;

124. **Формула  $t = gxy$ ...**используется для проверки существенности коэффициента корреляции

125. **Частный F-критерий:** - оценивает значимость уравнения регрессии в целом

126. **Число степеней свободы для факторной суммы квадратов в линейной модели множественной регрессии равно:**  $m$ ;

127. **Что показывает коэффициент наклона** -на сколько единиц изменится  $y$ , если  $x$  изменился на единицу,

128. **Что показывает коэффициент. абсолютного роста:** на сколько единиц изменится  $y$ , если  $x$  изменился на единицу

129. **Экзогенная переменная**— это независимая переменная или фактор- $X$ .

130. **Экзогенные переменные**— это переменные, которые определяются вне системы и являются независимыми

131. **Экзогенные переменные – это:** predetermined переменные, влияющие на зависимые переменные (Эндогенные переменные), но не зависящие от них, обозначаются через  $x$

132. **Эластичность измеряется:** единица измерения фактора...показателя

133. **Эластичность показывает:** на сколько % изменится редуцированный показатель  $y$  при изменении на 1% фактора  $x_k$ .

134. **Эндогенные переменные - это:** зависимые переменные, число которых равно числу уравнений в системе и которые обозначаются через  $y$

135. **Определения**

136. **T-отношение (t-критерий)**— отношение оценки коэффициента, полученной с помощью МНК, к величине стандартной ошибки оцениваемой величины.

137. **Аддитивная модель временного ряда** – это модель, в которой временной ряд представлен как сумма перечисленных компонент.

138. **Критерий Фишера**— способ статистической проверки значимости уравнения регрессии, при котором расчетное (фактическое) значение F-отношения сравнивается с его критическим (теоретическим) значением.

139. **Линейная регрессия**— это связь (регрессия), которая представлена уравнением прямой линии и выражает простейшую линейную зависимость.

140. **Метод инструментальных переменных**— это разновидность МНК. Используется для оценки параметров моделей, описываемых несколькими уравнениями. Главное свойство — частичная замена непригодной объясняющей переменной на такую переменную, которая некоррелирована со случайным членом. Эта замещающая переменная называется инструментальной и приводит к получению состоятельных оценок параметров.

141. **Метод наименьших квадратов (МНК)**— способ приближенного нахождения (оценивания) неизвестных коэффициентов (параметров) регрессии. Этот метод основан на требовании минимизации суммы квадратов отклонений значений результата, рассчитанных по уравнению регрессии, и истинных (наблюденных) значений результата.

142. **Множественная линейная регрессия**— это множественная регрессия, представляющая линейную связь по каждому фактору.

143. **Множественная регрессия**— регрессия с двумя и более факторными переменными.

144. **Модель идентифицируемая**— модель, в которой все структурные коэффициенты однозначно определяются по коэффициентам приведенной формы модели.

145. **Модель рекурсивных уравнений**— модель, которая содержит зависимые переменные (результативные) одних уравнений в роли фактора, оказываясь в правой части других уравнений.

146. **Мультипликативная модель**— модель, в которой временной ряд представлен как произведение перечисленных компонент.

147. **Несмещенная оценка**— оценка, среднее которой равно самой оцениваемой величине.

148. **Нулевая гипотеза**— предположение о том, что результат не зависит от фактора (коэффициент регрессии равен нулю).

149. **Обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК)**— метод, который не требует постоянства дисперсии (гомоскедастичности) остатков, но предполагает пропорциональность остатков общему множителю (дисперсии). Таким образом, это взвешенный МНК.

150. **Объясненная дисперсия**— показатель вариации результата, обусловленной регрессией.

151. **Объясняемая (результативная) переменная**— переменная, которая статистически зависит от факторной переменной, или объясняющей (регрессора).

152. **Остаточная дисперсия**— необъясненная дисперсия, которая показывает вариацию результата под влиянием всех прочих факторов, неучтенных регрессией.

153. **Предопределенные переменные**— это экзогенные переменные системы и лаговые эндогенные переменные системы.

154. **Приведенная форма системы**— форма, которая, в отличие от структурной, уже содержит одни только линейно зависящие от экзогенных переменных эндогенные переменные. Внешне ничем не отличается от системы независимых уравнений.

155. **Расчетное значение F-отношения**— значение, которое получают делением объясненной дисперсии на 1 степень свободы на остаточную дисперсию на 1 степень свободы.

156. **Регрессия (зависимость)**— это усредненная (сглаженная), т.е. свободная от случайных мелкомасштабных колебаний (флуктуаций), квазидетерминированная связь между объясняемой переменной (переменными) и объясняющей переменной (переменными). Эта связь выражается формулами, которые характеризуют функциональную зависимость и не содержат явно стохастических (случайных) переменных, которые свое влияние теперь оказывают как результирующее воздействие, принимающее вид чисто функциональной зависимости.

157. **Регрессор (объясняющая переменная, факторная переменная)**— это независимая переменная, статистически связанная с результирующей переменной. Характер этой связи и влияние изменения (вариации) регрессора на результат исследуются в эконометрике.

158. **Система взаимосвязанных уравнений**— это система одновременных или взаимозависимых уравнений. В ней одни и те же переменные выступают одновременно как зависимые в одних уравнениях и в то же время независимые в других. Это структурная форма системы уравнений. К ней неприменим МНК.

159. **Система внешне не связанных между собой уравнений**— система, которая характеризуется наличием одних только корреляций между остатками (ошибками) в разных уравнениях системы.

160. **Случайный остаток (отклонение)**— это чисто случайный процесс в виде мелкомасштабных колебаний, не содержащий уже детерминированной компоненты, которая имеется в регрессии.

161. **Состоятельные оценки**— оценки, которые позволяют эффективно применять доверительные интервалы, когда вероятность получения оценки на заданном расстоянии от истинного значения параметра становится близка к 1, а точность самих оценок увеличивается с ростом объема выборки.

162. **Спецификация модели**— определение существенных факторов и выявление мультиколлинеарности.

163. **Стандартная ошибка**— среднеквадратичное (стандартное) отклонение. Оно связано со средней ошибкой и коэффициентом доверия.

164. **Степени свободы**— это величины, характеризующие число независимых параметров и необходимые для нахождения по таблицам распределений их критических значений.

165. **Тренд**— основная тенденция развития, плавная устойчивая закономерность изменения уровней ряда.

166. **Уровень значимости**— величина, показывающая, какова вероятность ошибочного вывода при проверке статистической гипотезы по статистическому критерию.

167. **Фиктивные переменные**— это переменные, которые отражают сезонные компоненты ряда для какого-либо одного периода.

168. **Эконометрическая модель**— это уравнение или система уравнений, особым образом представляющие зависимость (зависимости) между результатом и факторами. В основе эконометрической модели лежит разбиение сложной и малопонятной зависимости между результатом и факторами на сумму двух следующих компонентов: регрессию (регрессионная компонента) и случайный (флуктуационный) остаток. Другой класс эконометрических моделей образует временные ряды.

169. **Эффективность оценки**— это свойство оценки обладать наименьшей дисперсией из всех возможных.

### Типовые задачи для контрольных работ

#### **Контрольная работа № 1**

В таблице приведены результаты 10 наблюдений пар величин  $x$  и  $y$  (каждому студенту выдается своя таблица).

1. Оценить регрессию  $y$  на  $x$  (найти  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$  и  $s^2$ ).
2. Найти коэффициент детерминации  $R^2$ .
3. Проверить гипотезу  $H_0 : a = 0$  на 10%-ом уровне значимости.
4. Найти 95%-ый доверительный интервал значений  $b$ .
5. Получить прогноз значения  $y$  при  $x = x_{11}$  (значение  $x_{11}$  дано в таблице) и 95%-ый доверительный интервал значений  $y$  в этой точке.

#### **Контрольная работа № 2**

В таблице даны пять наборов величин  $y, x_2, x_3$  (каждому студенту выдается своя таблица)

1. Оценить регрессию  $y$  на константу  $x_1$  и переменные  $x_2, x_3$  (получить вектор  $\hat{b}$ ).
2. Найти оценку дисперсии случайных составляющих  $s^2$ .
3. Проверить гипотезу  $H_0 : b_2 = 0$  и найти 95%-ый доверительный интервал  $b_2$ .
4. Получить прогноз величины  $y$  при заданных  $x_2, x_3$  и найти 95%-ый доверительный интервал значений  $y$  при этих  $x$ .

#### **Контрольная работа № 3**

Задача № 1. В результате регрессии  $n$  значений  $y_i$  на  $k$  переменных получены остатки регрессии  $e_i$ , приведенные в прилагаемой таблице. Проверить гипотезу об отсутствии автокорреляций и оценить величину параметра автокорреляции  $\rho$ .

Задача № 2. В прилагаемой таблице приведены значения числа работающих  $x_i$  (в тыс. чел.) и поступлений в бюджет  $y_i$  (в млрд руб.) для 15 районов крупного города,

упорядоченные по возрастанию  $x_i$ . Выбирая первые 6 и последние 6 пар  $(x_i, y_i)$  в качестве двух групп данных, проверить гипотезу об отсутствии гетероскедастичности с помощью теста Голдфелда-Куандта.

#### **Контрольная работа № 4**

Структурная форма системы линейных одновременных уравнений для объясняемых переменных  $y_1$  и  $y_2$  переменных имеет вид:

$$y_1 = a + gy_2 + \varepsilon_1,$$

$$y_2 = bx + hy_1 + \varepsilon_2.$$

Вводя «векторы»  $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ ,  $x = \begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix}$ ,  $\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix}$ , можно записать эту систему в виде

$$Cy = Bx + \varepsilon.$$

- 1) Выразите матрицы  $C$  и  $B$  через параметры исходной системы.
- 2) Перейдите к приведенной форме системы  $y = Px + v$  и выразите матрицу  $P$  и вектор  $v$  через величины, входящие в исходную систему. Найдите связь между матрицами ковариаций  $\Omega_\varepsilon$  и  $\Omega_v$ .
- 3) Составьте систему уравнений, связывающих параметры исходной системы с элементами матрицы  $P$  и проанализируйте вопрос об идентифицируемости исходных параметров и системы в целом. Найдите явные выражения для всех идентифицируемых параметров через элементы матрицы  $P$ .
- 4) В результате применения МНК к приведенной системе получены оценки величин  $p_{11}, p_{12}, p_{21}, p_{22}$  и  $\Omega_v$  (даны численные значения). Получить оценки идентифицируемых параметров и матрицы ковариаций случайных составляющих структурной формы.

#### **Тематика рефератов по дисциплине**

1. Классические линейные регрессионные модели и основные этапы их анализа в эконометрике.
2. Оценивание параметров линейных регрессионных моделей по методу наименьших квадратов и свойства оценок в классических моделях.
3. Оценивание параметров линейных регрессионных моделей по методу максимального правдоподобия.
4. Статистические свойства оценок параметров классических линейных моделей по методу наименьших квадратов.
5. Проверка гипотез и определение доверительных интервалов параметров линейных классических моделей.
6. Методы оценки значимости линейной множественной регрессии.
7. Линейная модель парной регрессии и ее использование для анализа рынка акций (модель Шарпа и модель CAPM).
8. Мультиколлинеарность и проблема выбора регрессоров в линейной модели множественной регрессии.
9. Методы учета структурных и сезонных изменений в моделях с переменной структурой.
10. Критерии гетероскедастичности в линейной модели множественной регрессии.
11. Методы учета гетероскедастичности в линейной модели множественной регрессии.
12. Тесты на наличие автокорреляции остатков и методы учета автокорреляции.
13. Классификация нелинейных моделей и методы их линеаризации.



14. Сравнительный анализ метода наименьших квадратов и метода максимального правдоподобия при определении параметров эконометрических моделей.
  15. Применение систем эконометрических уравнений для построения макроэкономических моделей.
  16. Методы оценивания параметров структурных моделей.
  17. Структурная и приведенная формы системы одновременных эконометрических уравнений.
  18. Временные ряды в эконометрике, их классификация и общие характеристики.
  19. Методы выделения тренда при анализе временных рядов.
  20. Моделирование тренда временного ряда при наличии структурных изменений.
  21. Методы выделения циклических и сезонных колебаний временных рядов.
  22. Стационарные временные ряды и их основные характеристики.
  23. Авторегрессионные модели временных рядов.
  24. Линейные модели со стохастическими регрессорами.
  25. Анализ взаимосвязи временных рядов курсов валют и цен на энергоносители в предкризисный и кризисный периоды.
  26. Методы оценивания параметров моделей с распределенными лагами.
  27. Проблема причинно-следственных связей между переменными в эконометрике.
- Тест Гранжера.
28. Модели распределенных лагов в эконометрике.
  29. Динамические модели с лагированными эндогенными переменными.
  30. Модели бинарного выбора в эконометрике.

#### **Перечень вопросов к зачету (вопросы 1-25) и к экзамену (вопросы 1–35)**

1. Исходные предположения линейной модели парной регрессии.
2. Оценка параметров модели парной регрессии по методу наименьших квадратов.
3. Несмещенность МНК-оценок параметров линейной модели парной регрессии.
4. Дисперсия МНК-оценок параметров линейной модели парной регрессии.
5. Теорема Гаусса-Маркова для модели парной регрессии.
6. Оценка дисперсии случайных составляющих  $\sigma^2$  в модели парной регрессии.
7. Статистические свойства МНК-оценок параметров модели парной регрессии.
8. Распределение оценки дисперсии ошибок  $s^2$  модели парной регрессии.
9. Проверка нулевой гипотезы и доверительные интервалы для коэффициентов парной регрессии.
10. Анализ вариации зависимой переменной, коэффициент детерминации  $R^2$  и  $F$ -статистика в линейной модели парной регрессии.
11. Прогнозирование в линейной модели парной регрессии.
12. Исходные предположения линейной модели множественной регрессии.
13. Матричная форма записи линейной модели множественной регрессии.
14. Оценка параметров линейной модели множественной регрессии по методу наименьших квадратов.
15. Несмещенность МНК-оценок параметров линейной модели множественной регрессии.
16. Матрица ковариаций и дисперсия МНК-оценок параметров линейной модели множественной регрессии.
17. Теорема Гаусса-Маркова для линейной модели множественной регрессии.
18. Оценка дисперсии ошибок  $\sigma^2$  в линейной модели множественной регрессии.
19. Распределение оценки дисперсии ошибок  $s^2$  в линейной модели множественной регрессии.

20. Анализ вариации зависимой переменной и коэффициент детерминации  $R^2$  в линейной модели множественной регрессии.
21. Проверка нулевой гипотезы и доверительные интервалы для одного из коэффициентов линейной модели множественной регрессии.
22. Проверка многомерной нулевой гипотезы в линейной модели множественной регрессии.
23. Проблема мультиколлинеарности в линейной модели множественной регрессии.
24. Фиктивные (дискретные) переменные (модель множественной регрессии с переменной структурой).
25. Прогнозирование в линейной модели множественной регрессии.
26. Линейная модель множественной регрессии с гетероскедастичностью.
27. Линейная модель множественной регрессии с автокорреляцией.
28. Нелинейные модели регрессии.
29. Обобщенный метод наименьших квадратов.
30. Доступный обобщенный метод наименьших квадратов.
31. Внешне не связанные системы регрессионных уравнений.
32. Структурная и приведенная формы системы одновременных регрессионных уравнений.
33. Модели распределенных лагов.
34. Авторегрессионные модели распределенных лагов.
35. Дискретные зависимые переменные. Модели *logit* и *probit*.

**Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

**Основная литература:**

1. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика, Учебник, - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2013.
2. Новиков А.И. Эконометрика, Учебное пособие, - М.: Дашков и К, 2013.
3. Валентинов В.А. Эконометрика. Учебник. [Электронный ресурс] / М.: Дашков и К, 2012. – 446 с. <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112240&sr=1>
4. Буравлёв А.И. Эконометрика. Учебное пособие. [Электронный ресурс] / М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2012. – 168 с. <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=221696&sr=1>

**Дополнительная литература:**

1. Новиков А.И. Эконометрика, Учебное пособие, - М.: Дашков и К, 2013.  
Тимофеев В.С., Фаддеенков А.В., Щеколдин В.Ю. Эконометрика, Учебник, - М.: Юрайт, 2013.
2. Уткин В. Б., Балдин К. В., Башлыков В. Н., Брызгалов Н. А., Мартынов В. В. Эконометрика. Учебник. [Электронный ресурс] / М.: Дашков и К, 2012. – 562 с. <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115778&sr=1>

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины**

1. <http://www.buhgalteria.ru/> - сайт информационно-аналитического электронного издания «Бухгалтерия.ру». На сайте представлены все самые свежие новости бухгалтерского учета, аудита, налогообложения.

2. <http://www.abercade.ru/> сайт Интернет-ресурсов для профессиональных финансистов, обозначен как «Финансы в Интернете», содержит большое количество материалов периодики, глоссарий финансиста, глоссарий инвестора финансовых отчетов организаций.

3. <http://biblioclub.ru>

4. <http://www.hist.msu.ru/ER/index.html> Библиотека электронных ресурсов МГУ им. М.В. Ломоносова.

5. <http://www.encyclopedia.ru> Мир энциклопедий.

Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)