



Факультет мировой экономики и международной торговли

Кафедра математики и информатики

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Типовой вариант контрольной работы

Найдите пределы:	1. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{\sqrt{8 - x} - 4}$;	2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 + x}{x^2 - x} \right)^{2x^2}$;
Найдите производные функций	3. $y = x^{\sin x}$; 4. $y^3 + x^3 = y - x$;	5. $\begin{cases} x = \frac{t-1}{t^2+1}; \\ y = \frac{t^2-1}{t^2+1}. \end{cases}$

. Укажите для функции $f(x)$ эквивалентную функцию вида Ax^n при $x \rightarrow 0$:

$$f(x) = \sin(x^2) + 2 - 2 \cos x.$$

. Найдите предел, используя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 + \sin 6x}{\cos 2x}$.

Найдите значения A и B , при которых является бесконечно малой при $x \rightarrow 0^+$ функция:

$$f(x) = x^A \sin(x^B).$$

Если верно $f(x) = o(x^4)$, $x \rightarrow 0$, то верно ли, что $f(x) = o(x^2)$, $x \rightarrow 0$?

Типовой вариант контрольной работы

Основная часть

1. Найдите предел: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\cos(\pi x) + 1}$.

- Докажите, используя определение предела функции в точке, что функция $y = x^3 + 1$ непрерывна в точке $x = 1$.
- Укажите эквивалентную функцию вида Ax^n при $x \rightarrow 0$ для функции:
 $f(x) = \sqrt{4-x^2} + x^2 - 2$.
- Найдите производные $y'(x)$ и $y''(x)$ функции $y(x)$, заданной параметрически:
 $x(t) = t - \sin t; y(t) = 1 - \cos 2t$.
- Исследуйте на существование экстремума функцию $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 12x - 3y$.
- Используя метод множителей Лагранжа, найдите условный экстремум функции $f(x, y) = x^2 + y^2$ при условии $(x-1)^2 + y^2 = 4$.
- Спрос $D(p)$ и предложение $S(p)$ зависят от цены p следующим образом:
 $D(p) = 6 - p/2; S(p) = p^2 + p/2$. Найдите наибольшее значение дохода и определите эластичность функции дохода в точке максимума.

Дополнительные вопросы

- Докажите, что градиент функции $z = f(x, y)$ в точке (x, y) и линия уровня функции, проходящая через эту точку, ортогональны.
- Докажите, что является монотонной последовательность $a_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$.
- Найдите все значения A и B , при которых является бесконечно малой при условии $x \rightarrow 0^+$ функция $f(x) = x^A \sin(x^B)$.

Типовой вариант домашнего задания

- Найдите интегралы:

$$\int \frac{xdx}{(x+1)(x+2)^2}; \quad \int \frac{\sin^3 x dx}{\cos^2 x}; \quad \int x^2 4^x dx;$$

$$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}}; \quad \int \frac{dx}{5 \cos x - 11}; \quad \int \cos^4 x dx.$$

- Исследуйте на сходимость ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n^2} \right); \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n 3^n}{n!};$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^3}.$$

- Исследуйте на сходимость интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x dx}{x + x^3}$.

- Найдите производную функции $F(x) = \int_x^{x^2} \cos(\sqrt{x}) dx$.

Типовой вариант экзаменационной контрольной работы

Основная часть

1. Найдите предел: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\cos(\pi x) + 1}$.
2. Найдите значение интеграла: $\int_1^2 \frac{dx}{x^3 + 2x^2}$.
3. Найдите область сходимости ряда: $f(x, y) = x^2 + y^2$ при условии $(x-1)^2 + y^2 = 4$.
4. Расставьте пределы интегрирования в том и другом порядке, преобразовав в повторный двойной интеграл $\iint_{\Omega} f(x, y) \cdot dx \cdot dy$, если известно, что область Ω ограничена линиями: $x^2 + y^2 = 1$; $x = 1$; $y = 1$.
5. Спрос $D(p)$ и предложение $S(p)$ зависят от цены p следующим образом: $D(p) = 6 - p/2$; $S(p) = p^2 + p/2$. Найдите наибольшее значение дохода и определите эластичность функции дохода в точке максимума.

Дополнительные вопросы

1. Докажите, что градиент функции $z = f(x, y)$ в точке (x, y) и линия уровня функции, проходящая через эту точку, ортогональны.
2. Выведите формулу для нахождения производной функции: $F(\alpha) = \int_1^{g(\alpha)} f(\alpha, x) dx$.
3. Выясните, является ли монотонной последовательность $a_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Основная литература

1. Налимов В.Н. Основы математического анализа (для экономистов): Учебное пособие. – М.: ООО "Компания ДЕВВЕД", 2013.
2. Туганбаев А.А. Математический анализ: Пределы.: Учебное пособие. [Электронный ресурс] / М.: Флинта, 2011. – 54 с.
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=93665&sr=1>

Дополнительная литература

1. Солодников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В., Шандра И.Г. Математика в экономике (Часть 1): Учебник. – М.: ИНФРА-М, 2011.
2. Туганбаев А.А. Математический анализ: Интегралы. Учебное пособие. [Электронный ресурс] / М.: Флинта, 2011. – 76 с.
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=103835&sr=1>