



**АВТНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ИНСТИТУТ МЕЖДУНАРОДНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ»**  
INSTITUTE OF INTERNATIONAL ECONOMIC RELATIONS

Принята на заседании  
Учёного совета ИМЭС  
(протокол от 26 января 2022 г. № 6)

**УТВЕРЖДАЮ**  
Ректор ИМЭС Ю.И. Богомолова  
26 января 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**

по направлению подготовки  
09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность (профиль)  
«Информационные системы и сетевые технологии»

## 1. Аннотация к дисциплине

Рабочая программа дисциплины «Высшая математика» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 19.09.2017 № 926.

Изучение дисциплины «Высшая математика» ориентировано на получение обучающимися прочных теоретических знаний и твердых практических навыков в области высшей математики. Прочное усвоение современных математических методов позволит будущему бакалавру в области информационных систем и технологий решать в своей повседневной деятельности актуальные практические задачи, понимать написанные на современном научном уровне результаты других исследований, а также использовать данные результаты в своей профессиональной деятельности.

Преподавание дисциплины состоит в том, чтобы на примерах математических понятий и методов продемонстрировать сущность научного подхода, специфику математики и её роль как способа познания мира, общности её понятий и представлений для решения возникающих проблемных задач в процессе профессиональной деятельности.

### **Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Настоящая дисциплина включена в учебные планы по программам бакалавриата по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии и входит в обязательную часть Блока 1.

Дисциплина изучается на 1 курсе в 1-м и 2-м семестрах.

### **Цель и задачи дисциплины**

**Цель изучения дисциплины** – формирование у обучающихся необходимых компетенций для успешного освоения образовательной программы, в частности:

- помочь обучающимся изучить математический аппарат, необходимый им для глубокого усвоения общенаучных, экономических и специальных дисциплин;
- развить у обучающихся логическое и алгоритмическое мышление, необходимое для решения теоретических и практических задач по специальности;
- привить обучающимся умение самостоятельно разбираться в математическом аппарате, содержащемся в литературе, связанной с их специальностью;
- сформировать у обучающихся умения и практический опыт в математическом исследовании информационных систем и экономико-прикладных задач.

### **Задачи дисциплины:**

- сформировать знания, умения и практический опыт использования математики как особого способа познания мира, общности ее понятий и представлений;
- понимание значения математических дисциплин, их месте в системе фундаментальных наук и роли в решении прикладных задач;
- изучение фундаментальных разделов математики для дальнейшего их применения в профессиональной деятельности;
- выработать у обучающихся навыки применения математического аппарата при исследовании различных прикладных информационных, экономических и управленческих задач;
- развитие умения и практического опыта по составлению плана решения и его реализации, используя выбранные математические методы и модели;
- развитие умения анализа и практической интерпретации полученных математических результатов;
- выработка умения пользоваться справочными материалами и пособиями, самостоятельно расширяя математические знания, необходимые для решения прикладных задач.

## 2. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций, предусмотренных образовательной программой.

Результаты освоения ООП (содержание компетенций)	Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине			Формы образовательной деятельности
			выпускник должен знать	выпускник должен уметь	выпускник должен иметь практический опыт	
Способен выполнять отдельные задачи в рамках коллективной научно-исследовательской, проектной и учебно-профессиональной деятельности для поиска, выработки и применения новых решений в области информационно-коммуникационных технологий.	ОПК-6	ОПК-6.1. - Знает инструменты и методы коммуникаций в рамках коллективной научно-исследовательской, проектной и учебно-профессиональной деятельности; каналы коммуникаций, модели коммуникаций, технологии межличностной и групповой коммуникации, в деловом взаимодействии, технологии подготовки и проведения презентаций.	основные понятия и методы физики, математического анализа, линейной алгебры, теории дифференциальных уравнений	применять математические методы при решении профессиональных задач повышенной сложности	владения методами построения математических моделей для профессиональных задач	<u>Контактная работа:</u> Лекции Практические занятия <u>Самостоятельная работа</u>
		ОПК-6.2. - Умеет осуществлять взаимодействие с заказчиком в процессе реализации проекта; принимать участие в командообразовании и развитии персонала в рамках	методы решения задач физики, математического анализа, линейной алгебры, теории дифференциальных уравнений.	использовать математические методы при решении профессиональных задач повышенной сложности.	владения методами построения математических моделей для решения профессиональных задач.	

		<p>коллективной научно-исследовательской, проектной и учебно-профессиональной деятельности</p>				
		<p><b>ОПК-6.3.</b> - Имеет практический опыт: поиска, выработки и применения новых решений в области информационно-коммуникационных технологий.</p>	<p>основные понятия и методы физики, математического анализа, линейной алгебры, теории дифференциальных уравнений.</p>	<p>применять математические и инженерные методы при решении профессиональных задач повышенной сложности.</p>	<p>владения методами построения математических моделей для решения прикладных профессиональных задач.</p>	

### 3. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Наименование тем	Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)								Самостоятельная работа обучающихся	ТКУ / балл Форма ПА
	Лекции	Семинары	Практикум по решению задач	Ситуационный практикум	Мастер-класс	Лабораторный	Тренинг	Дидактическая игра		
<b>Очная форма</b>										
<b>1 семестр</b>										
<i>Тема 1. Алгебра матриц</i>	2		4						6	Отчёт по практикуму по решению задач/10 Контрольная работа по теме №1/10
<i>Тема 2. Теория определителей</i>	6		12						9	Отчёт по практикуму по решению задач/10 Контрольная работа по теме №2/10
<i>Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)</i>	6		12						12	Отчёт по практикуму по решению задач/10 Контрольная работа по темам № 3/10 Тест/10
<i>Тема 4. Векторные пространства и линейные операторы</i>	2		4						12	Отчёт по практикуму по решению задач/5 Контрольная работа по теме №4/10
<i>Тема 5. Применение матричного исчисления к решению некоторых экономических задач</i>	3		6						12	Отчёт по практикуму по решению задач/5 Контрольная работа по теме №5/10
<b>Всего (сем):</b>	<b>19</b>		<b>38</b>						<b>51</b>	<b>100</b>
Контроль, час (сем)	<b>0</b>									<b>Зачёт</b>
Объем дисциплины (в академических часах) (сем)	<b>108</b>									
Объем дисциплины (в	<b>3</b>									

зачетных единицах) (сем)											
<b>2 семестр</b>											
<i>Тема 6. Введение в математический анализ. Теория пределов</i>	4		8							12	Отчёт по практикуму по решению задач /10 Контрольная работа по теме № 6/10
<i>Тема 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.</i>	4		10							12	Отчёт по практикуму по решению задач /10 Контрольная работа по теме № 7/10
<i>Тема 8. Интегральное исчисление функции одной переменной.</i>	4		10							12	Отчёт по практикуму по решению задач /10 Контрольная работа по теме № 8/10 Тест/10
<i>Тема 9. Функции нескольких переменных.</i>	3		4							6	Отчёт по практикуму по решению задач /5 Контрольная работа по теме № 9/10
<i>Тема 10. Обыкновенные дифференциальные уравнения</i>	4		6							9	Отчёт по практикуму по решению задач /5 Контрольная работа по теме № 9/10
<b>Всего (сем):</b>	<b>19</b>		<b>38</b>							<b>51</b>	<b>100</b>
Контроль, час (сем)	<b>36</b>									<b>Экзамен</b>	
Объем дисциплины (в академических часах) (сем)	<b>144</b>										
Объем дисциплины (в зачетных единицах) (сем)	<b>4</b>										
<b>Всего:</b>	<b>38</b>		<b>76</b>							<b>102</b>	<b>2*100</b>
Контроль, час	<b>36</b>									<b>Зачёт Экзамен</b>	
Объем дисциплины (в академических часах)	<b>252</b>										
Объем дисциплины (в зачетных единицах)	<b>7</b>										

## **4. Содержание дисциплины**

### ***Тема 1. Алгебра матриц***

Введение. Исторические сведения о возникновении и развитии математики. Предмет математики. Роль и место математики на современном этапе развития человеческого общества. Значение математики в деятельности бакалавра в области информационных технологий, финансиста, экономиста, бухгалтера и аудитора.

Определение матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами и их свойства: сложение, умножение на число, произведение, возведение в целую неотрицательную степень, транспонирование.

### ***Тема 2. Теория определителей***

Основные понятия. Вычисление определителей 1-3 порядка, правило Саррюса, вычисление определителей  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Понятие минора, алгебраического дополнения. Вычисление определителей путем разложения определителей по элементам некоторой строки или некоторого столбца. Формулы разложения.

Миноры и алгебраические дополнения. Обратная матрица, методы ее вычисления. Матричные уравнения. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров для нахождения ранга матрицы. Метод Гаусса. Метод присоединенной матрицы для вычисления обратной матрицы. Линейная зависимость и независимость строк матрицы.

### ***Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)***

Общая теория систем линейных уравнений. Основные понятия и определения: СЛАУ, решение СЛАУ, совместная, несовместная, определенная, неопределенная СЛАУ, элементарные преобразования. Матричная форма СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли. Методы решения системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Метод обратной матрицы. Метод Крамера. Метод Гаусса. Метод Жордана-Гаусса. Структура общего решения неоднородной системы. Однородные системы линейных уравнений. Структура общего решения однородной системы. Матричные уравнения

### ***Тема 4. Векторные пространства и линейные операторы***

Понятие векторного пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис  $n$ -мерного векторного пространства. Переход к новому базису. Преобразование координат вектора при изменении базиса. Евклидово пространство. Ортогональные преобразования.

Линейные операторы. Действия с линейными операторами. Изменение линейного оператора при переходе к новому базису. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение. Собственные векторы и

собственные значения линейного оператора (матрицы).  
Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

### ***Тема 5. Применение матричного исчисления к решению некоторых экономических задач***

Линейные модели. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Линейная модель обмена (модель международной торговли). Применение методов линейной алгебры при исследовании и решении экономических задач. Транспортная и производственная задачи.

### ***Тема 6. Введение в математический анализ. Теория пределов***

Числовые последовательности. Функциональные последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Предел числовой последовательности.

Предел функции в точке и в бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства предела функции. Односторонние пределы. Пределы монотонных функций. Замечательные пределы.

Непрерывность функции в точке. Непрерывные функции. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной и обратной функций. Непрерывность элементарных функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва, их классификация. Сравнение функций. Символы  $o$  и  $O$ . Эквивалентные функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, промежуточные значения. Теорема об обратной функции.

### ***Тема 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной***

Понятие функции, дифференцируемой в точке. Дифференциал функции, его геометрический смысл.

Производная функции, её смысл в различных задачах. Правила нахождения производной и дифференциала.

Производная сложной и обратной функций. Инвариантность формы дифференциала. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Производные и дифференциалы высших порядков.

Приложения производной. Точка экстремума функции. Теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши, их применение. Правила Лопиталю. Условия монотонности функции. Экстремумы функции, необходимое условие. Достаточные условия. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функций. Общая схема исследования функции и построения графика.

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций по формуле

Тейлора. Применение формулы Тейлора для приближённых вычислений.

### ***Тема 8. Интегральное исчисление функции одной переменной***

Первообразная, семейство первообразных. Неопределенный интеграл от непрерывной (кусочно-непрерывной) функции одной переменной. Свойства неопределенного интеграла. Основная таблица неопределенных интегралов. Общие методы интегрирования. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых иррациональностей. Некоторые интегралы, не выражающиеся через элементарные функции.

Понятие определенного интеграла. Основные свойства определенных интегралов. Вычисление определенных интегралов. Приложение определенных интегралов к вычислению площадей и длин. Приближенное вычисление определенных интегралов.

Несобственные интегралы. Несобственные интегралы от непрерывных функций с бесконечными пределами. Несобственные интегралы от разрывных функций.

### ***Тема 9. Функции нескольких переменных***

Евклидова плоскость и евклидово пространство. Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Основные свойства непрерывных функций. Частные дифференциалы функций двух переменных. Полный дифференциал функции двух переменных. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Производная сложной функции. Инвариантность формы полного дифференциала. Неявные функции. Дифференцирование неявных функций. Частные производные высших порядков и их независимость от последовательности дифференцирования. Дифференциалы высших порядков. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

### ***Тема 10. Обыкновенные дифференциальные уравнения***

Дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. Дифференциальные уравнения с разделенными переменными и их интегрирование. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными и их интегрирование. Решение геометрических, физических, химических и экономических задач, приводящих к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Однородная функция  $k$ -го порядка, однородная функция нулевого порядка. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и их интегрирование.

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Определение

линейного дифференциального уравнения первого порядка. Метод Бернулли интегрирования линейного дифференциального уравнения первого порядка.

Уравнение Бернулли. Определение. Интегрирование уравнения Бернулли.

## **5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

В процессе изучения данной дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекция, практикум по решению задач, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков использования профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение интеллектуальных инициатив.

### ***Методические указания для обучающихся при работе над конспектом лекций во время проведения лекции***

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект, что позволит впоследствии вспомнить изученный учебный материал, дополнить содержание при самостоятельной работе с литературой, подготовиться к экзамену.

Следует также обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Любая лекция должна иметь логическое завершение, роль которого выполняет заключение. Выводы по лекции подытоживают размышления преподавателя по учебным вопросам. Формулируются они кратко и лаконично, их целесообразно записывать. В конце лекции, обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю по теме лекции.

### ***Методические указания для обучающихся по выполнению практикумов по решению задач***

Практикум по решению задач – выполнение обучающимися набора практических задач предметной области с целью выработки навыков их решения.

Практикумы по решению задач выполняются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении тем дисциплины.

Прежде чем приступать к решению задач, обучающемуся необходимо:

- ознакомиться с соответствующими разделами программы дисциплины по учебной литературе, рекомендованной программой курса;
- получить от преподавателя информацию о порядке проведения занятия, критериях оценки результатов работы;
- получить от преподавателя конкретное задание и информацию о сроках выполнения, о требованиях к оформлению и форме представления результатов.

При выполнении задания необходимо привести развёрнутые пояснения хода решения и проанализировать полученные результаты.

При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю по трудностям, возникшим при решении задач.

### ***Методические указания для обучающихся по выполнению контрольных работ***

В соответствие с учебным планом каждый студент должен выполнить контрольные работы по дисциплине. Задачи контрольной работы выдаются преподавателем индивидуально по вариантам.

Правила:

- работа должна быть сдана за 10 дней до мероприятий промежуточной аттестации;
- студент обязан выполнять контрольные работы только своего варианта.

Контрольные работы следует выполнять в отдельной для каждой работы ученической тетради, оставляя поля для замечаний преподавателя. Рекомендуются оставлять в конце тетради несколько чистых страниц для исправлений и дополнений в соответствии с указаниями преподавателя.

На обложке тетради студент должен указать форму обучения, направление, профиль, курс, номер группы, свою фамилию, имя, отчество, номер работы, номер зачетной книжки, номер варианта; ученую степень (звание) фамилию, имя, отчество преподавателя.

В конце работы необходимо привести список.

Перед решением задачи каждого задания нужно полностью выписать ее условие. Если несколько задач имеют общую формулировку, переписывать следует только условие задачи нужного варианта. Решение каждой задачи студент должен сопровождать подробными объяснениями и ссылками на соответствующие формулы, теоремы и правила. Вычисления должны быть доведены до конечного числового результата. Ответы и выводы, полученные при решении задач, следует подчеркнуть.

В случае возвращения работы на доработку, следует переделать те задачи, на которые указывает преподаватель, а при отсутствии такого указания вся контрольная работа должна быть выполнена заново. Переделанная работа сдается на повторную проверку обязательно с не

зачтенной ранее работой.

В случае возникновения затруднений студент может обратиться к преподавателю или на кафедру.

### ***Методические указания для обучающихся по организации самостоятельной работы***

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное изучение отдельных тем/вопросов учебной дисциплины.

Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем по дисциплине определяется учебным планом.

При самостоятельной работе обучающиеся взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

#### ***Работа с литературой (конспектирование)***

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме.

Изучая материал по учебной книге (учебнику, учебному пособию, монографии, и др.), следует переходить к следующему вопросу только после полного уяснения предыдущего, фиксируя выводы и вычисления, в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода.

Особое внимание обучающийся должен обратить на определение основных понятий курса. Надо подробно разбирать примеры, которые поясняют определения. Полезно составлять опорные конспекты.

Выводы, полученные в результате изучения учебной литературы, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы при перечитывании материала они лучше запоминались.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса.

Вопросы, которые вызывают у обучающегося затруднение при подготовке, должны быть заранее сформулированы и озвучены во время занятий в аудитории для дополнительного разъяснения преподавателем.

#### ***Самопроверка***

После изучения определенной темы по записям конспекта и учебнику, решения соответствующих задач на практических занятиях и самостоятельно, обучающемуся рекомендуется, используя лист опорных сигналов, воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки основных положений и доказательств.

В случае необходимости нужно еще раз разобраться в материале. Помните, недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется

только при изучении дальнейшего материала. Если это имеет место быть, надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал. Важный критерий усвоения теоретического материала - умение решать задачи или пройти тестирование по пройденному материалу.

#### *Консультации*

Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний. В своих вопросах надо четко выразить, в чем испытываете затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.

#### *Подготовка к экзаменам*

Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, получаемых, в процессе обучения, а также применению их к решению практических задач. В процессе подготовки к экзамену ликвидируются имеющиеся пробелы в знаниях, углубляются, систематизируются и упорядочиваются знания. На экзамене демонстрируются знания, приобретенные в процессе обучения по учебной дисциплине.

#### ***Методические указания для обучающихся по подготовке и выполнению теста***

Тестирование позволяет путем поиска правильного ответа и разбора допущенных ошибок лучше усвоить тот или иной материал.

Тестовые задания позволяют оценить знания студентов по всему курсу. Данные тесты могут использоваться:

- студентами при подготовке к зачету в форме самопроверки знаний;
- преподавателями для проверки знаний в качестве формы промежуточного контроля на семинарских занятиях;
- для проверки остаточных знаний студентов, изучивших данный курс.

Тестовые задания рассчитаны на самостоятельную работу без использования вспомогательных материалов. То есть при их выполнении не следует пользоваться учебниками или конспектами лекций и т.д.

Для выполнения тестового задания, прежде всего, следует внимательно прочитать поставленный вопрос. После ознакомления с вопросом следует приступить к прочтению предлагаемых вариантов ответа. Необходимо прочитать все варианты и в качестве ответа следует выбрать лишь один индекс (цифровое обозначение), соответствующий правильному ответу. Тесты составлены таким образом, что в каждом из них правильным является лишь один из вариантов. Выбор должен быть сделан в пользу наиболее правильного ответа.

На выполнение теста отводится ограниченное время. Оно может варьироваться в зависимости от уровня тестируемых, сложности и объема

теста. Как правило, время выполнения тестового задания определяется из расчета 30-45 секунд на один вопрос.

При подведении итогов по выполненной работе необходимо проанализировать допущенные ошибки, прокомментировать имеющиеся в тестах неправильные ответы.

**Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

<b>Наименование темы</b>	<b>Вопросы, вынесенные на самостоятельное изучение</b>	<b>Формы самост. работы</b>	<b>Форма контроля</b>
<i>Тема 1. Алгебра матриц</i>	Возведение в целую неотрицательную степень.	Работа с литературой, включая ЭБС, с интернет-источниками Подготовка к практикуму по решению задач, подготовка отчёта по практикуму, подготовка к контрольной работе	Отчёт по практикуму по решению задач Контрольная работа
<i>Тема 2. Теория определителей</i>	Миноры и алгебраические дополнения. Обратная матрица, методы ее вычисления. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров для нахождения ранга матрицы. Линейная зависимость и независимость строк матрицы.	Работа с литературой, включая ЭБС, с интернет-источниками Подготовка к практикуму по решению задач, подготовка отчёта по практикуму, подготовка к контрольной работе	Отчёт по практикуму по решению задач Контрольная работа
<i>Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)</i>	Однородные системы линейных уравнений. Структура общего решения однородной системы. Матричные уравнения.	Работа с литературой, включая ЭБС, с интернет-источниками Подготовка к практикуму по решению задач, подготовка отчёта по практикуму, подготовка к контрольной работе Подготовка к тестированию	Отчёт по практикуму по решению задач Контрольная работа Тест
<i>Тема 4. Векторные пространства и линейные операторы.</i>	Характеристический многочлен и характеристическое уравнение. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора (матрицы). Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.	Работа с литературой, включая ЭБС, с интернет-источниками Подготовка к практикуму по решению задач, подготовка отчёта по практикуму, подготовка к контрольной работе	Отчёт по практикуму по решению задач Контрольная работа

Наименование темы	Вопросы, вынесенные на самостоятельное изучение	Формы самост. работы	Форма контроля
<i>Тема 5. Применение матричного исчисления к решению некоторых экономических задач</i>	Линейные модели. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Линейная модель обмена (модель международной торговли).	Работа с литературой, включая ЭБС, с интернет-источниками Подготовка к практикуму по решению задач, подготовка отчёта по практикуму, подготовка к контрольной работе	Отчёт по практикуму по решению задач Контрольная работа
<i>Тема 6. Введение в математический анализ. Теория пределов</i>	Понятие множества. Операции над множествами. Действительные числа. Модуль действительного числа. Числовая ось. Числовые множества; промежутки. Элементарные функции. Число $e$ . Экспонента, натуральные логарифмы. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Непрерывность функции в точке. Непрерывные функции. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной и обратной функций. Непрерывность элементарных функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва, их классификация. Сравнение функций. Символы $o$ и $O$ . Эквивалентные функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, промежуточные значения	Работа с литературой, включая ЭБС, с интернет-источниками Подготовка к практикуму по решению задач, подготовка отчёта по практикуму, подготовка к контрольной работе	Отчёт по практикуму по решению задач Контрольная работа
<i>Тема 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</i>	Теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши, их применение. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора.	Работа с литературой, включая ЭБС, с интернет-источниками Подготовка к практикуму по решению задач, подготовка отчёта по практикуму, подготовка к контрольной работе	Отчёт по практикуму по решению задач Контрольная работа

Наименование темы	Вопросы, вынесенные на самостоятельное изучение	Формы самост. работы	Форма контроля
	Применение формулы Тейлора для приближённых вычислений.		
<i>Тема 8. Интегральное исчисление функции одной переменной</i>	Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых иррациональностей. Некоторые интегралы, не выражающиеся через элементарные функции. Несобственные интегралы. Несобственные интегралы от непрерывных функций с бесконечными пределами. Несобственные интегралы от разрывных функций.	Работа с литературой, включая ЭБС, с интернет-источниками Подготовка к практикуму по решению задач, подготовка отчёта по практикуму, подготовка к контрольной работе	Отчёт по практикуму по решению задач Контрольная работа
<i>Тема 9. Функции нескольких переменных</i>	Инвариантность формы полного дифференциала. Неявные функции. Дифференцирование неявных функций. Частные производные высших порядков и их независимость от последовательности дифференцирования. Дифференциалы высших порядков. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.	Работа с литературой, включая ЭБС, с интернет-источниками Подготовка к практикуму по решению задач, подготовка отчёта по практикуму, подготовка к контрольной работе Подготовка к тестированию	Отчёт по практикуму по решению задач Контрольная работа Тест
<i>Тема 10. Обыкновенные дифференциальные уравнения</i>	Уравнение Бернулли. Определение. Интегрирование уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Определения. Необходимые и достаточные условия. Интегрирование уравнений в полных дифференциалах.	Работа с литературой, включая ЭБС, с интернет-источниками Подготовка к практикуму по решению задач, подготовка отчёта по практикуму, подготовка к контрольной работе	Отчёт по практикуму по решению задач Контрольная работа

## **6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. Перечень основной и дополнительной литературы Основная литература:**

1. Асланов, Р.М. Математический анализ: краткий курс : учебное

пособие для студентов высших учебных заведений / Р.М. Асланов, О.В. Ли, Т.Р. Мурадов ; Министерство образования и науки Российской Федерации, ФГБОУ ВПО Московский педагогический государственный университет, Международная академия наук педагогического образования.

- Москва : Прометей, 2014. - 284 с. : схем., ил., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-99058886-5-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/>

2. Шипачев, В. С. Высшая математика : учебное пособие для вузов / В. С. Шипачев. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 447 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12319-

7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/468424>

4. Шипачев, В. С. Высшая математика. Полный курс в 2 т. Том 1 : учебник для вузов / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 248 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07889-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470885> .

5. Шипачев, В. С. Высшая математика. Полный курс в 2 т. Том 2 : учебник для вузов / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 305 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07891-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470886>

### *Дополнительная литература:*

1. Алферова, З.В. Алгебра и теория чисел : учебно-методический комплекс / З.В. Алферова, Э.Л. Балюкевич, А.Н. Романников. - Москва : Евразийский открытый институт, 2011. - 279 с. - ISBN 978-5-374-00535-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/>

2. Треногин, В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник / В.А. Треногин. - Москва : Физматлит, 2009. - 312 с. - ISBN 978-5-9221-1063-1; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/>

3. Протасов, Ю.М. Математический анализ : учебное пособие / Ю.М. Протасов. - 2-е изд., стер. - Москва : Издательство «Флинта», 2017. - 165 с. : граф., схем. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9765-1234-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/>

4. Сборник задач по математическому анализу: Непрерывность. Дифференцируемость : учебное пособие : в 3-х т. / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : Физматлит, 2010. - Т. 1. Предел. - 496 с. - ISBN 978-5-9221-0306-0, 978-5-9221-0305-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/>

5. Ключин, В. Л. Высшая математика для экономистов. Задачи, тесты, упражнения : учебник и практикум для вузов / В. Л. Ключин. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 165 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03124-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/468544> .

## **6.2. Перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет», необходимой для освоения дисциплины**

<b>№</b>	<b>Наименование ресурса</b>	<b>Ссылка</b>
1.	Образовательный математический сайт	<a href="http://old.exponenta.ru/">http://old.exponenta.ru/</a>
2.	Сайт Решение задач по высшей математике	<a href="http://math24.ru/">http://math24.ru/</a>

## **6.3. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

Учебная аудитория, оборудованная:

комплекты специализированной учебной мебели, мультимедийный проектор, экран, доска классная, колонки, компьютер с выходом в сеть «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся – аудитория, оборудованная:

комплекты специализированной учебной мебели, мультимедийный проектор, экран, доска классная, компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду.

## **6.4. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, электронно-библиотечные системы, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Обучающиеся обеспечены доступом к электронной информационно-образовательной среде из любой точки, в которой имеется доступ к сети «Интернет», как на территории организации, так и вне ее.

*лицензионное программное обеспечение:*

- Windows (зарубежное, возмездное);
- MS Office (зарубежное, возмездное);
- Adobe Acrobat Reader (зарубежное, свободно распространяемое);
- КонсультантПлюс: «КонсультантПлюс: Студент» (российское, свободно распространяемое)

**электронно-библиотечная система:**

- Электронная библиотечная система (ЭБС) «Университетская библиотека ONLINE» <http://biblioclub.ru/>.

- Образовательная платформа «Юрайт». Для вузов и ссузов. Электронная библиотечная система (ЭБС) <https://urait.ru/>

**современные профессиональные баз данных:**

- Официальный интернет-портал базы данных правовой информации <http://pravo.gov.ru>.

- Портал Единое окно доступа к образовательным ресурсам <http://window.edu.ru/>

**информационные справочные системы:**

- Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования <http://fgosvo.ru>.

- Компьютерная справочная правовая система «КонсультантПлюс» (<http://www.consultant.ru/>).

## **7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **7.1. Описание оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости в процессе освоения дисциплины**

№ п/п	Форма учебного занятия, по которому проводится ТКУ	Шкала оценки, балл
1	Практикум по решению задач	Отчет по практикуму 10-9/ 5-3 – практикум выполнен верно в срок, представлен грамотный отчет. 8-1 /2-1– практикум выполнен верно в срок, представлен неполный отчет, имеются ошибки, не влияющие на логику и алгоритм расчета. 0 - практикум не выполнен.
2	Контрольная работа	10-9 – верные ответы составляют более 90% от общего количества; 8-5 – верные ответы составляют 80-50% от общего количества; 4-1 – менее 50% правильных ответов.

№ п/п	Форма учебного занятия, по которому проводится ТКУ	Шкала оценки, балл
3	Тестовые задания	10-7 – верные ответы составляют более 90% от общего количества; 6-3 – верные ответы составляют 80-50% от общего количества; 2-0 – менее 50% правильных ответов

**Типовые контрольные задания или иные материалы в рамках текущего контроля успеваемости**

**Типовые задания для практикумов по решению задач**

**Задание 1.** 1. Вычислить  $3A + 4B$ ,  $AB - BA$ .

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$=$$

**Задание 2.** Вычислить определители матриц А и В.

**Задание 3.** Вычислить ранг матрицы.

$$1. \quad \begin{vmatrix} - & 4 & 3 & 5 \\ 2 & & & \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 7 & 9 & 2 \end{vmatrix}$$

$$2. \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & -4 \\ & & & 2 & 1 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \\ & & & 9 \\ 10 & 9 & -5 & \end{vmatrix}$$

**Задание 4.** Решить систему линейных уравнений методом Крамера.

$$1. \quad \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 8 \\ 4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 9 \\ 1 \quad 2 \quad 3 \end{cases} \quad 2. \quad \begin{cases} x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 12 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7 \\ 1 \quad 2 \quad 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7 \\ 6x_1 + 8x_2 - 17x_3 = 17 \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти пределы:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 7}{6x + 10x - 2}, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 2x - 5}{x - 7 - x + 1}, \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 - 5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^3}{x}, \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x-27}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x^3}{\sin x^3 \cdot \operatorname{tg}^2 x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{2x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 4x}{2x}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3}, \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}, \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{3x}, \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^x,$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+10}\right)^{3x}.$$

**Задание 5.** Найти производные функции:

$$y = x^5 - 4x, y = \sqrt{3x^2 - 5}, y = \sin 3x, \cos 5,$$

$$y = (3x^2 - 2x + 2)^5, y = e^{5x}, y = \log_5(3x^2 - 5), y = x^2 \sin 2x, y = xe^{2x}, y = \frac{e^x}{x+1}.$$

**Задание 6.** Найти дифференциалы функций:

$$y = x^3 + 3x^2 + 3x, y = (ax^2 - b)^3, y = \sin^2 2x,$$

$$y = a^{\cos 3x}, y = \ln^2 x$$

**Задание 7.** Найти дифференциал функции  $y = x^3$ , при  $x = 1$  и  $\Delta x = 0,1$ .

**Задание 8.** Вычислить приближенное приращение функции  $y = x^2 - 2x - 3$ , когда  $x$  изменяется от 2 до 1,98

**Задание 9.** Сторона квадрата  $x = 10$  см. На сколько приближенно увеличится площадь этого квадрата, если сторона удлинится на 2 мм.?

**Задание 10.** Заменяя приращение функции дифференциалом, приближенно найти  $\sin 31^\circ$

**Задание 11.** Найти неопределенный интеграл:

$$\int (2 - \sqrt{x}) dx, \int (2x - \sqrt{4x}) dx, \int (2 - \sqrt[3]{x}) dx, \int (2x\sqrt{4x}) dx, \int (2\sqrt{x}) dx, \int xe^{x^2} dx,$$

$$\int \frac{\sin 2x}{x} dx, \int (\sin 2x - x) dx, \int x \ln x dx, \int \frac{dx}{\cos^2 3x}, \int \frac{2x+1}{x^2+x} dx, \int \frac{dx}{4-x^2}$$

**Задание 12.** Вычислить определенный интеграл:

$$\int_1^2 (x - x^2) dx, \int_1^2 (x - x^3) dx, \int_1^2 (2x - x^2) dx, \int_1^2 (x^4 - x^3) dx, \int_1^2 \left(\frac{2}{x} - x\right) dx, \int_{\pi}^{2\pi} \sin 2x dx,$$

$$\int_1^4 \sqrt{x} dx, \int_1^2 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx, \int_{\pi}^{2\pi} \cos 2x dx.$$

$$x = y^2, x = 2. \quad 9.3) \quad x = y^2, x = y. \quad 4) \quad y = x^2, x = 1, y = 0.$$

**Задание 13.**

Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

1)  $x = y^2, x = 2.$  2)

5)  $y = \sin x, x = \frac{\pi}{2}; y = 0.$  6)  $y = x^3, y = x.$  7)  $x = y^2, y = \frac{1}{2}x.$  8)  $y = x^2, x = 2, y = \frac{1}{2}x.$

9)  $x = y^2, y = x^3.$  10)  $y = \sin x, x = 2\pi; y = 0.$

**Задание 14.** Исследовать на сходимость несобственный интеграл. При сходимости найти, его значение: 1)  $\int_1^x \frac{1}{x} dx$ , 2)  $\int_0^x \frac{1}{x} dx$ , 3)  $\int_1^x \frac{1}{x^3} dx$  4)  $\int_1^{\sqrt{x}} \frac{1}{x} dx$

$$\int_1^x \frac{1}{x} dx \quad \int_0^x \frac{1}{x} dx \quad \int_1^x \frac{1}{x^3} dx \quad \int_1^{\sqrt{x}} \frac{1}{x} dx$$

**Типовые задания контрольных работ**

**Вариант 1**

Даны:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -22 & -35 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 5 & 1 \\ - & & \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 8 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

Найти: а)  $C = 4A - 4B$ ; б)  $D = 3A^T - 5B$ ; в)  $F = 2A - 5E$ .

1. Найти произведение матриц  $AB$  и  $BA$  (если это возможно):

а)  $A = \begin{pmatrix} -4 & 7 & 1 \\ -3 & 2 & 4 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

б)  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 1 & & \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

в)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & -5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 \\ - & & - \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} -1 & 5 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 8 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Дана:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 \end{pmatrix}$$

Найти значение матричного многочлена  $f(A)$ :

a)  $f(x) = 7x^3 + 5x^2 + 3x - 2$ ;

3. Вычислить определители:

a)  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$ ;  $\Delta = \begin{vmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{vmatrix}$ .

4. Решить уравнения:

a)  $\begin{vmatrix} 2x+1 & 3 \\ x+5 & 2 \end{vmatrix} = 0$ ; б)  $\begin{vmatrix} 2x-1 & x+1 \\ x+2 & x-1 \end{vmatrix} = -6$ .

5. Вычислить определители третьего порядка по правилу треугольников, разложением по второй строке, по третьему столбцу, используя свойства определителей:

$$\text{a) } \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}; \quad \text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix}.$$

6. Вычислить определители, используя разложение по какой-нибудь строке или по столбцу, свойства определителей:

$$\text{a) } \Delta = \begin{vmatrix} 0 & 5 & 2 & 0 \\ 8 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}; \quad \text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 4 \\ 3 & 2 & -1 & 3 \\ 5 & -2 & 1 & -2 \end{vmatrix}.$$

7. Найти обратную матрицу  $A^{-1}$ :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

8. Решить по формулам Крамера систему уравнений:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 10 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 10 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 10 \end{cases}$$

9. Исследовать на совместность, решить методом Гаусса и Жордана-Гаусса систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ x_1 - 6x_2 + 5x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5 \end{cases}$$

## Вариант 2.

1. Найти пределы:

$$x^3 + x^2 - x - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^3 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x \cdot \sin^2 x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x+1} - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 1}{x + 2^{5x}}$$

$$x \rightarrow \infty |x - 3|$$

2. Для данной функции  $f(x)$  требуется:

а) найти точки разрыва;

б) найти скачок функции в каждой точке разрыва;

в) сделать чертёж;

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi \\ \sin x, & -\pi < x < 0 \\ \pi, & x \geq 0 \end{cases}$$

3. Найти производную функции:  $y = \arctg^3 \ln \frac{\sqrt{x}}{x+2}$

4. Найти производную  $y(x)$  неявной функции:  $\sin(x-2y) + \frac{x^3}{y} = 7x$

5. Найти  $\frac{dy}{dx}$ , если  $x = e^{-t} \cdot \cos t$ ,  $y = e^t \cdot \cos t$

6. Найти предел, используя правило Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x}$

### Типовые тестовые задания

1. Найти интеграл  $\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 13}$ .

2.  $\arcsin(x+3) + C$ ;

3.  $\arcsin \frac{x+3}{2} + C$ ;

4.  $\arctg(x+3) + C$ ;

5.  $\frac{1}{2} \arctg \frac{x+3}{2} + C$ ;

6.  $2 \arctg(x+3) + C$ .

2. Найти интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{5-x^2-4x}}$ .

1.  $\arcsin \frac{x+2}{3} + C$ ;

2.  $\frac{1}{3} \arcsin \frac{x+2}{3} + C$ ;

3.  $\frac{1}{3} \arctg \frac{x}{3} + C$ ;

4.  $\frac{1}{3} \arctg \frac{x+2}{3} + C$ ;

5.  $3 \arcsin \frac{x+2}{3} + C$ .

3. Найти интеграл  $\int \frac{e^{2x} dx}{1-3e^{2x}}$ .

1.  $e^{2x} + x + C;$

2.  $e^{2x} - x + C;$

3.  $\frac{1}{2}e^{2x} + x + C$ ;
4.  $2e^{2x} - 3x + C$ ;
5.  $\frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{3}x + C$ .
6.  $-(\ln(1 - 3e^{2x}))/6 + C$

4. Найти интеграл  $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$ .

$$-\frac{\sin^3 x}{3} +$$

1.  $C$ ;

2.  $\cos^2 x + C$ ;  
 $\frac{\sin^3 x}{3} +$

3.  $C$ ;

4.  $\sin x \cos x + C$ ;

5.  $\sin^2 x - \cos x + C$ .

5. Вычислить  $\int_{-12}^{-1} \sqrt{4 - 5x} dx$ .

- а)  $54 \frac{2}{3}$ ; б)  $18 \frac{1}{3}$ ; в)  $64 \frac{2}{3}$ ; г) 15; д) 10.

1

6. Вычислить  $\int_{-3} e^{-x} dx$ .

а.  $e^2 - 1$ ;

б.  $e^3 - 1$ ;

с.  $\frac{1}{2}e^3 - \frac{1}{e}$ ;

д.  $e^3 - \frac{1}{e}$ ;

е.  $3e^3 - e$ .

7. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями

$$y = \frac{1}{x}; y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$$

а.  $\left( 7 \frac{4}{3} - \ln 4 \right)$  (кв.ед.);  
 $\left| \frac{4}{3} \right|$

$$\begin{aligned} & \left( \quad \right) \\ \text{b. } & \left( \frac{10}{- \ln 4} \right) \text{ (кв.ед.);} \\ \text{c. } & \left( \frac{\quad}{8} \right) \end{aligned}$$

d.  $\left( \frac{19}{8} - \ln 4 \right)$  (кв.ед.);

e.  $(3 - \ln 4)$  (кв.ед.).

8. Найти объём тела, полученного от вращения плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = 3^{x^2} - 6$ ,  $y = 9$ , вокруг оси  $Ox$ .

- a.  $13,5 \pi$  (куб. ед.);
- b.  $12,5 \pi$  (куб. ед.);
- c.  $12 \pi$  (куб. ед.);
- d.  $10 \pi$  (куб. ед.);
- e.  $9,5 \pi$  (куб. ед.).

9. Вычислить несобственный интеграл  $\int_1^{\infty} x^3 dx$ .

- a. 3.
- b.  $\frac{2}{3}$ .
- c.  $\frac{1}{2}$ .
- d.  $2\frac{1}{2}$ .

10. Вычислить несобственный интеграл  $\int_0^{\infty} x^2 + 4 dx$ .

- a. 2.
- b. 1.
- c.  $\frac{\pi}{4}$ .
- d. 0.
- e.  $\frac{\pi}{2}$ .

11. Неопределённый интеграл это:

- a. совокупность всех первообразных
- b. первообразная
- c. функция, производная которой равна подинтегральной функции
- d. сумма значений функции в некоторых точках
- e. сумма первообразных

12. Неопределённый интеграл отличается от первообразной:

- a. на любое число

- b. на целое число
- c. на константу
- d. на дробное число

е. на постоянное число

**13. Установите соответствие между объектами и их свойствами:  
ПРОИЗВОДНАЯ – НЕОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ**

- a. линейность
- b. определённости с точностью до константы
- c. единственность
- d. ясный геометрический смысл
- e. чёткие правила вычисления
- f. предлагаемые методы вычисления не всегда срабатывают

**ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

**14. Установите соответствие между объектами и их свойствами:  
НЕОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ -  
ОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ**

- a. это число
- b. это функция
- c. линейность
- d. ясный геометрический смысл
- e. всегда вычисляется
- f. не всегда «берётся»

**ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

**15. Установите последовательность шагов по вычислению  
площади криволинейной фигуры:**

- a. определение аналитических формул для функций, ограничивающих данную фигуру
- b. вычисление соответствующих определённых интегралов
- c. определение границ данной фигуры по независимой переменной (верхних и нижних пределов интегрирования)
- d. Вычисление площади как алгебраической суммы определённых интегралов с соответствующим знаками

**ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

**16. Установите последовательность слов в определении  
неопределённого интеграла:**

- a. это
- b. всех первообразных
- c. для данной
- d. неопределённый интеграл
- e. функций
- f. совокупность
- g. функции

**ОТВЕТ:** \_\_\_\_\_

**17. Чему равен определённый интеграл от нечётной функции по**

симметричному относительно нуля интервалу?

ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

18. Какие учёные являются создателями дифференциально-интегрального исчисления?

ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

19. Первообразной данной функции называется функция, производная которой ...

ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

20. Геометрический смысл определённого интеграла – ...

ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

### 7.2. Описание оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине «Высшая математика» проводится в форме зачета и экзамена в 1-ом и 2-ом семестрах

№	Процедура оценивания	Шкала и критерии оценки, балл
1	<p>Экзамен представляет собой выполнение обучающимся заданий билета, включающего в себя:</p> <p>Задание №1 – теоретический вопрос на знание базовых понятий предметной области дисциплины, а также позволяющий оценить степень владения обучающимся принципами предметной области дисциплины, понимание их особенностей и взаимосвязи между ними;</p> <p>Задание №2 – задание на анализ ситуации из предметной области дисциплины и выявление способности обучающегося выбирать и применять соответствующие принципы и методы решения практических проблем, близких к профессиональной деятельности;</p> <p>Задание №3 – задание на проверку умений и опыта, полученных в результате освоения дисциплины</p>	<p>Выполнение обучающимся заданий оценивается по следующей балльной шкале:</p> <p>Задание 1: 0-30 баллов Задание 2: 0-30 баллов Задание 3: 0-40 баллов</p> <p><b>-90 и более (отлично)</b> – ответ правильный, логически выстроен, приведены необходимые формулы, использована профессиональная лексика. Задача решена правильно. Обучающийся правильно интерпретирует полученный результат.</p> <p><b>-70 и более (хорошо)</b>– ответ в целом правильный, логически выстроен, приведены необходимые формулы, использована профессиональная лексика. Ход решения задачи правильный, ответ неверный. Обучающийся в целом правильно интерпретирует полученный результат.</p> <p><b>-50 и более (удовлетворительно)</b>– ответ в основном правильный, логически выстроен, приведены не все необходимые формулы, использована профессиональная лексика. Задача решена частично.</p> <p><b>-Менее 50 (неудовлетворительно)</b>– ответы на теоретическую часть неправильные или неполные. Задача не решена</p>
2	Зачет	Выполнение обучающимся заданий билета

№	Процедура оценивания	Шкала и критерии оценки, балл
		<p>оценивается по следующей балльной шкале:  Задание 1: 0-30 баллов  Задание 2: 0-30 баллов  Задание 3: 0-40 баллов</p> <p><b>«Зачтено»</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <b>90-100</b> – ответ правильный, логически выстроен, использована профессиональная терминология. Задания решены правильно. Обучающийся правильно интерпретирует полученный результат.</li> <li>– <b>70-89</b> – ответ в целом правильный, логически выстроен, использована профессиональная терминология. Ход решения заданий правильный, ответ неверный. Обучающийся в целом правильно интерпретирует полученный результат.</li> <li>– <b>50-69</b> – ответ в основном правильный, логически выстроен, использована профессиональная терминология. Задание решено частично.</li> </ul> <p><b>«Не зачтено»</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– менее 50 – ответы на теоретическую часть неправильные или неполные. Задания не решены.</li> </ul>

## Типовые задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся

### 1 семестр

#### *Задания на знания*

1. Матрицы, виды матриц.
2. Операции над матрицами и их свойства: сложение, умножение на число, произведение, возведение в целую неотрицательную степень, транспонирование.
3. Понятие определителя
4. Вычисление определителей 1-3 порядков.
5. Правило Саррюса.
6. Вычисление определителей произвольного порядка  $n$ .
7. Свойства определителей.
8. Понятие минора, алгебраического дополнения.
9. Вычисление определителей путем разложения определителей по элементам некоторой строки или некоторого столбца.
10. Миноры и алгебраические дополнения.
11. Обратная матрица, методы ее вычисления.
12. Ранг матрицы.

13. Метод окаймляющих миноров для нахождения ранга матрицы.
14. Метод присоединенной матрицы для вычисления обратной матрицы.
15. Линейная зависимость и независимость строк матрицы.
16. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).
17. Основные понятия: системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), решение СЛАУ, совместная, несовместная, определенная, неопределенная СЛАУ, элементарные преобразования.
18. Матричная форма СЛАУ.
19. Критерий совместности СЛАУ. Теорема Кронекера – Капелли.
20. Методы решения системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Метод Крамера.
21. Метод обратной матрицы.
22. Исследование СЛАУ.
23. Решение СЛАУ методом Гаусса.
24. Однородные системы линейных уравнений.
25. Структура общего решения однородной системы.
26. Матричные уравнения.
27. Положение точки на прямой
28. Преобразование координат
29. Общее уравнение прямой на плоскости
30. Уравнение прямой с угловым коэффициентом
31. Эллипс и его каноническое уравнение
32. Исследование формы эллипса
33. Общее уравнение плоскости
34. Уравнение плоскости, перпендикулярной данному вектору и проходящей через данную точку
35. Параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве
36. Прямая как линия пересечения двух плоскостей (общие уравнения прямой)
37. Основные поверхности второго порядка: эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры, вырожденные поверхности
38. Классификация поверхностей второго порядка
39. Плоская кривая, ее кривизна, эволюта и эвольвента
40. Понятие вектор-функции и ее свойства
41. Понятие множества и операции над множествами
42. Счётность множества
43. Понятие сходимости
44. Определение евклидова пространства. Примеры.

### ***Задания на умения***

**Задание 1.** Решить систему уравнений с применением теории матриц:



$$\begin{array}{r}
 2 \quad 1 \quad 5x \quad 2 \quad 4x \quad 3 \quad x_4 \quad 20 \\
 2 \quad 1 \quad 10 \quad 2 \quad 9 \quad 3 \quad 7 \quad 4 \quad 40 \\
 1 \quad x_3 \quad 2 \quad x_2 \quad 3 \quad 4 = 11 \quad . \\
 3 \quad 1 \quad 8 \quad 2 \quad 9 \quad 3 \quad 2 \quad 4 = 37
 \end{array}$$

**Задание 6.** В чем отличие методов Гаусса и Жордана-Гаусса? Решить методом Гаусса СЛАУ:

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + 3x_5 = 2$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 4$$

$$3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 5$$

**Задание 7.** В чем отличие методов Гаусса и Жордана-Гаусса? Решить методом Жордана-Гаусса СЛАУ:

$$x_1 + 2x_2 - 3x_4 + 2x_5 = 1$$

$$x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 - 3x_5 = 2$$

$$2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 7$$

$$3x_1 - x_2 + 4x_3 - 8x_4 + 4x_5 = 2$$

**Задание 8.** Дать определение понятия матричного многочлена

Дана:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & -4 \end{pmatrix}$$

**Задание 9.** Дать определение понятия матричного многочлена

Дана:

$$A = \begin{pmatrix} - & & \\ 3 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & \\ & - & -4 \end{pmatrix}$$

Найти значение матричного многочлена  $f(A)$ :

$$x^2 + 3; \quad x^3 + x^2 - 2.$$

Найти значение матричного многочлена  $f(A)$ :

$$x^2 + 5x + 3; \quad x^3 + 2x - 2.$$

**Задание 10.** Что называется скалярным произведением двух векторов?

Заданы вектора  $a(a_1, a_2, a_3)$ ,  $b(b_1, b_2, b_3)$ ,  $c(c_1, c_2, c_3)$ . Определить скалярное произведение  $(a, b)$ .

**Варианты заданий:**

1.  $(2, 3, 1)$ ,  $b(1, 0, 1)$ ,  $c(2, 2)$ ;

2.  $a(2, 3, 1)$ ,  $b(2, 3, 4)$ ,  $c(3, 1, -1)$ ;

3.  $a(2, 3, 5, 2)$ ,  $b(1, 1, -1)$ ,  $c(1, 1, 1)$ ;

- $a(1, 1, 3), \quad b(2, 3, 1), \quad c(2, 3, 4);$   
 4.  $a(3, 3, 1), \quad b(1, -2, 1), \quad c(1, 1, 1).$   
 5.

**Задание 11.** Как вычислить скалярное произведение двух векторов,

заданных своими координатами? Заданы вектора  $(1, a^2, a_3)$ ,

$b(b_1, b_2, b_3)$ ,  $c(c^1, c_2, c_3)$ . Определить:

- 1) скалярное произведение  $(a \cdot b)$ ;
- 2) косинус угла между векторами  $a$  и  $b$ ;

**Варианты заданий:**

1.  $(3, 1, -1)$ ,  $b(-2, -1, 0)$ ,  $c(1, 1, 1)$ ;
2.  $(3, 1, 1)$ ,  $b(1, -2, 1)$ ,  $c(2, 2, 2)$ ;
3.  $(1, 1, 1)$ ,  $b(6, 7, 4)$ ,  $c(2, 0, -1)$ ;
4.  $(1, 1, 7)$ ,  $c(1, 2, 3)$ ;
5.  $(1, 1, 1)$ ,  $b(-2, 0, -1)$ ,  $c(2, 2, 1)$ .

**Задание 12.** Какой формулой нужно воспользоваться, чтобы найти угол между двумя векторами, заданными своими координатами?

Заданы вектора  $a(a_1, a_2, a_3)$ ,  $b(b_1, b_2, b_3)$ ,  $c(c^1, c^2, c_3)$ . Определить:

- 1) длину вектора  $a : |a|$ ;
- 2) косинус угла между векторами  $a$  и  $b$ ;

**Варианты заданий:**

1.  $a(1, -2, 6)$ ,  $b(1, 0, 1)$ ,  $c(2, -6, 7)$ ;
2.  $(6, 3, 4)$ ,  $(1, 2, 1)$ ,  $(1, 1, 1)$ ;
3.  $a(7, 3, 4)$ ,  $r(1, 2, 1)$ ,  $c(4, 2, 4)$ ;
4.  $a(2, 3, 2)$ ,  $r(7, 5)$ ,  $c(1, -1, 1)$ ;
5.  $(1, 3, 4)$ ,  $b(4, -1, 0, -1)$ ,  $c(r, 2, 3)$ .

**Задание 13.** Дайте определение векторного произведения. Заданы вектора  $a(a_1, a_2, a_3)$ ,  $b(b_1, b_2, b_3)$ ,  $c(c_1, c_2, c_3)$ . Определить векторное произведение  $a \times b$ ,  $|a \times b|$ .

**Варианты заданий:**

$$1. a(3, 10, 5), \quad b(2, 2, -3), \quad c(2, 4, 3);$$

$$2. a(-2, -4, -3), \quad b(4, 3, 1), \quad c(6, 7, 4);$$

$$3. \quad ), \quad b(-1, 0, -1), \quad c(8, 3, -2);$$

$$4. \quad ), \quad b(-2, 3, 0), \quad c(2, 1, -6);$$

$$5. \quad a(3, -2, 3), \quad b(-1, 2, 1), \quad c(4, 2, 0).$$

**Задание 14.** Как вычислить площадь треугольника, в котором известны координаты вершин? Вычислить площадь треугольника с вершинами  $A(1, 1, 1)$ ,  $B(2, 3, 4)$ ,  $C(4, 3, 2)$ .

### *Задания на навыки*

**Задание 1.** Вычислить определители третьего порядка:

$$a) \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}; \quad б) \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix}.$$

**Задание 2.** Вычислить определители:

$$\begin{vmatrix} 8 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}; \quad = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

**Задание 3.** Найти обратную матрицу  $A^{-1}$ :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Задание 4.** Решить по формулам Крамера систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 & x_2 & x_3 \end{cases}$$

**Задание 5.** Решить методом Гаусса и Жордана-Гаусса систему уравнений:

$$2 \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 1 & 2 & 3 \\ | x_1 & x_2 & 2x_3 = 5 \end{cases} \cdot$$

$$\begin{cases} 3x_1 & 6x_2 & 5x_3 = 6 \end{cases}$$

**Задание 6.** Найти вектор  $a(x, y, z)$ , если известны две его координаты  $y = 2$ ,  $-3$  и длина  $|a| = \sqrt{38}$ .

**Задание 7.** Найти угол, составленный единичными векторами  $\vec{l}_1$  и  $\vec{l}_2$ , если известно, что вектора  $\vec{a} = \vec{l}_1 + 2\vec{l}_2$  и  $\vec{b} = 5\vec{l}_1 + 4\vec{l}_2$  перпендикулярны.

**Задание 8.** Заданы векторы  $a(3, -5, 8)$  и  $b(-1, 1, -4)$ . Найти  $|\vec{a} + \vec{b}|$  и  $|\vec{a} - \vec{b}|$ .

**Задание 9.** Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах  $a(2, 1, 0)$  и  $b(0, -2, 1)$ .

**Задание 10.** Найти вектор  $b$ , коллинеарный вектору  $a(2, 1, -1)$  и такой, что удовлетворяет условию  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ .

**Задание 11.** Заданы вектора  $a_1(3, -1, 2)$  и  $a_2(1, 2, -1)$ . Найти координаты векторов: а)  $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2$ ; б)  $(2\vec{a}_1 + \vec{a}_2) \times \vec{a}_2$ .

**Задание 12.** Вычислить площадь треугольника с вершинами  $A(1, -1, 2)$ ,  $B(2, 3, 4)$ ,  $C(4, 3, 2)$ .

**Задание 13.** В треугольнике с вершинами  $A(1, -1, 2)$ ,  $B(5, -6, 2)$ ,

1) Найти высоту  $h = |\vec{BD}|$ .

**Задание 14.** Определить значения  $\alpha$  и  $\beta$ , при которых вектор  $\alpha\vec{i} + 3\vec{j} + \beta\vec{k}$  является коллинеарным вектору  $\vec{a} \times \vec{b}$ , если  $a(3, -1, 1)$ ,  $b(1, 2, 0)$ .

**Задание 15.** Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах: а)  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ ,

$\vec{c} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$  б)  $\vec{a} = 3\vec{i} + 6\vec{j} - 8\vec{k}$ ,

$$\vec{b} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}, \quad c = 5\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}.$$

## 2 семестр

### *Задания на знания*

1. Функция (определение, основные свойства).
2. Функция (определение, способы задания).
3. Обратная функция и сложная функция.
4. Основные элементарные функции и их графики.
5. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности.
6. Предел функции в точке.
7. Предел функции в бесконечности.
8. Бесконечно большая функция (б.б.ф).

9. Бесконечно малые функции (б.м.ф).
10. Теорема о связи б.б.ф и б.м.ф.
11. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией.
12. Основные теоремы о пределах (доказательство теорем).
13. Первый замечательный предел (доказательство).
14. Второй замечательный предел (доказательство).
15. Непрерывность функций.
16. Точки разрыва функции и их классификация.
17. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций.
18. Производная функции (определение производной, ее физический и геометрический смысл).
19. Производная суммы, разности, произведения и частного функций (доказательство теорем).
20. Производная сложной и обратной функций.
21. Производные основных элементарных функций (вывод).
22. Таблица производных основных элементарных функций.
23. Логарифмическое дифференцирование.
24. Производные высших порядков.
25. Производные высших порядков явно заданной функции.
26. Дифференциал функции (понятие дифференциала функции, геометрический смысл дифференциала функции).
27. Основные теоремы о дифференциалах (доказательство теорем).
28. Дифференциалы высших порядков (вывод).
29. Основные теоремы дифференциального исчисления.
30. Приложения производной (правила Лопиталю).
31. Возрастание и убывание функций (монотонность). Условия монотонности функций.
32. Экстремум функции (максимум и минимум функций). Необходимое и достаточные условия экстремума.
33. Схема исследования функций на экстремум.
34. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условие перегиба.
35. Схема исследования функций на выпуклость.
36. Асимптоты графика функции (теоремы).
37. Общая схема исследования функции и построения графика.
38. Неопределенный интеграл. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределённом интеграле.
39. Многочлены. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители.
40. Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование рациональных дробей.
41. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная

тригонометрическая подстановка.

42. Интегралы типа  $\int \sin^m x \cdot \cos^n x \, dx$ .

43. Интегралы типа  $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$ .

44. Использование тригонометрических преобразований.

45. Интегрирование иррациональных функций.

46. Интегралы типа  $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$ .

47. Интегралы типа  $\int R(x, (ax+b)^n, \dots, (ax+b)^q) \, dx$ .

48. Квадратичные иррациональности.

49. Тригонометрическая подстановка.

50. Интегралы типа  $\int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c}) \, dx$ .

51. Определённый интеграл и его свойства.

52. Формула Ньютона Лейбница, её применения для вычисления определённого интеграла.

53. Геометрические и механические приложения определённого интеграла.

54. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от функций с бесконечными разрывами, их основные свойства.

55. Понятие функции нескольких аргументов. Частные производные.

56. Полный дифференциал; его связь с полным приращением. Дифференцирование сложной функции. Инвариантная формула полного дифференциала.

57. Дифференцирование неявной функции. Частные производные высших порядков

58. Независимость смешанной частной производной от последовательности дифференцирования

59. Полные дифференциалы высших порядков

60. Что называется ДУ?

61. Что понимается под решением ДУ?

62. Каков геометрический смысл ДУ  $y' = f(x; y)$ ?

63. Каков геометрический смысл задачи Коши:

$$\begin{cases} y' = f(x; y), \\ y|_{x=x_0} = y_0 \end{cases} ?$$

64. Что понимается под частным и общим решениями ДУ?

65. Что понимается под частным и общим интегралами ДУ  $y' = f(x; y)$ ?

66. При каких условиях задача Коши  $y' = f(x; y)$ , имеет единственное

$$y|_{x=x_0} = y_0$$

решение.

67. Какие ДУ первого порядка называются уравнениями с разделенными переменными?

68. Как найти решение ДУ с разделенными переменными?

69. Какие ДУ первого порядка называются уравнениями с разделяющимися переменными, и как находятся их решения?
70. Какая функция называется однородной  $k$ -го порядка?
71. Какая функция называется однородной нулевого порядка?
72. Какое ДУ первого порядка называется однородным?
73. Каков метод решения однородного ДУ первого порядка?
74. Какое дифференциальное уравнение называется линейным ДУ?
75. Каков метод решения линейного дифференциального уравнения первого порядка?
76. Напишите общее решение линейного ДУ первого порядка.
77. Напишите общий вид уравнения Бернулли.
78. Каков метод решения ДУ типа Бернулли?

### Задания на умения

**Задание 1.** Определить тип, метод решения, вычислить пределы:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 7}{6x + 10x - 2}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 2x - 5}{x^7 - x + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 5x} - 2x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin_3 x^3}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x - 3)}{x - 27}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{x^3}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x^3}{x^3}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{2x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 4x}{2x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2 \cdot \operatorname{tg}^2 x}{x^3}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{n}\right)^{2n}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{3x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{3}{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 3}{2x + 10}\right)^{3x}$$

**Задание 2.** Дать определения односторонних пределов функции в точке  $x=a$ . Чему равен  $\lim_{x \rightarrow a} 2^{1/x}$  и  $\lim_{x \rightarrow a} 2^{1/x}$ ?

**Задание 3.** Что называется точкой разрыва функции? Как классифицируются точки разрыва? Какого рода разрывы имеют функции  $y = \frac{\sin x}{x}$ ,  $y = \frac{\cos x}{x}$ ,  $y = \frac{|x|}{x}$ ,  $y = \sin \frac{1}{x}$ ?

**Задание 4.** Сформулировать правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей вида  $\frac{\infty}{\infty}$ . Найти пределы используя правило Лопиталья:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 5x + 7}{6x + 10x - 2}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{5x - 6x + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin_5 x^5}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sin(x - 5)}{x - 125}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{7x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 6x}{x}$$

$$8x \quad , \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} \frac{\sin^2 x}{x^3}}{\frac{7x}{7x}}$$

**Задание 5.** Сформулировать признак монотонности дифференцируемой функции на  $(a; b)$  и найти интервалы монотонности функции:

$$1) y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10; \quad 2) y = 3x^2 - 4x - 8;$$

$$= - \quad + \quad -$$

$$3) y = x^3 + 3x^2 - 9x - 7.$$

**Задание 6.** Сформулировать достаточные условия экстремума непрерывной функции. Найти точки экстремума функции:

$$y = 6x^4 - 8x^3 - 3x^2 + 6x, \quad 2) y = 10 + 15x + 6x^2 - x^3, \quad 3) y = x^2 \sqrt{x+4},$$

$$4) y = \frac{x}{9-x^2},$$

$$5) y = \frac{x+1}{x^2+8},$$

$$6) y = x \ln x.$$

**Задание 7.** Какая кривая называется выпуклой вверх (вниз) на (а, в)? Что называется точкой перегиба кривой? Исследовать на выпуклость вниз (вверх) и найти точки перегиба графиков следующих функций:

$$1) y = -x^4 - 2x^3 + 12x^2 + 15x - 6, \quad 2) y = \frac{3^5 - 10^4 - 30^3 - 12^2 - 7}{x - \text{К} x - \text{ас} x + \text{о} x + \text{ожет}}$$

**Задание 8.** Что называется асимптотой кривой? Какие импты имеют кривая? Найти асимптоты заданных кривых:

$$1) y = \frac{1}{x+5}, \quad 2) y = \frac{3}{(x-4)^2}, \quad 3) y = \frac{2x+1}{x-3}, \quad 4) y = \frac{x}{9-x^2},$$

$$5) y = \frac{x^2-1}{x}, \quad 6) y = \frac{x^2}{9+x^2}, \quad 7) y = \frac{x^3}{4-x^2}.$$

$$y = \sqrt{x^2-16}$$

**Задание 9.** На основании основных правил взятия производных найдите производную функции  $y(x) = 5x^2 - 3x + 4$ .

**Задание 10.** Дайте определение производной функции в точке.

Найдите по четырехступенчатому правилу производную функции  $y(x) = x^2$ .

**Задание 11.** Чем является для функции ее линейная часть относительно приращения независимой переменной?

**Задание 12.** Чему равен  $\int_{-a}^a f(x) dx$ , если а)  $f(x)$  – четная функция; б)  $f(x)$

– нечетная функция? Вычислить а)  $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \sin x \cdot \text{tg}^2 x dx$ ; б)  $\int_{-1}^1 (x^3 + x e^{-x}) dx$ .

**Задание 13.** При каких  $p > 0$  сходятся несобственные интегралы  $\int_{dx}^{\infty} \frac{1}{x^p} dx$

$$\int_a^{\infty} (x-a)^n, \int_a^b (b-x)^n ?$$

**Задание 14.** Какие из интегралов являются несобственными:

а)  $\int_{-2}^3 \sqrt{x} dx$ , б)  $\int_{-2}^3 \frac{dx}{x+4}$ , в)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ , г)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$ , д)  $\int_{-2}^{\infty} \frac{dx}{x^2+4x+5}$ , е)

ж)  $\int_0^{\infty} \arctg x dx$ , з)  $\int_0^1 \sin x dx$ , и)  $\int_0^1 \ln x dx$  ?

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+1}, \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+1}, \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+4x+5}$$

**Задание 15.** Как приближенно вычисляются значения радикалов? Найти:

а) приближенное значение корня  $\sqrt[3]{70}$  ограничиваясь первыми двумя членами биномиального ряда.

б) Найти приближенное значение корня  $\sqrt[5]{40}$  ограничиваясь первыми двумя членами биномиального ряда.

**Задание 16.** Как приближенно вычисляются значения определенных интегралов и как производится оценка полученного значения? Вычислить:

а) с точностью до 0,0001 определенный интеграл  $\int \frac{\sin x^{\frac{1}{2}}}{x} dx$  ;

б) с точностью до 0,0001 определенный интеграл  $\int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1+x^4} dx$  .

**Задание 17.** Что понимается под областью определения функции двух переменных? Найти область определения функции:

а)  $z = \sqrt{9-x^2-y^2}$  ;

б)  $z = \sqrt{5x - \frac{3}{y}}$  ;

в)  $z = \sqrt{4-x^2-y^2}$  ;

г)  $z = \sqrt{3x - \frac{5}{y}}$  .

**Задание 18.** Что понимается под частным значением функции? Найти:

а)  $f(x, y) = \frac{3xy}{2x^2 + y^2}$  в точке (2; -1); б)  $f(x, y) = \frac{2x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}$  в точке (3; -

4).

**Задание 19.** Дать определение пределу функции двух переменных. Найти:

$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 2}} (2x^2 + y^3)$

а)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 2}} ;$

б)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$  .

**Задание 20.** Запишите общий вид многочленов  $n$ -ой и  $m$ -ой степеней относительно переменной  $x$  .

**Задание 21.** В какой форме надо искать частное решение неоднородного ДУ, если правая часть равна  $e^{\alpha x} P_n(x)$ , если:

- 1)  $\alpha$  не является корнем характеристического уравнения;
- 2)  $\alpha$  является простым корнем характеристического уравнения;
- 3)  $\alpha$  является кратным корнем характеристического уравнения.
- 1)  $\alpha \pm i\beta$  не является корнем характеристического уравнения;
- 2)  $\alpha \pm i\beta$  является корнем характеристического уравнения.

**Задание 22.** Как найти по заданному частному решению  $y_1(x)$  уравнения  $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$  другое решение  $y_2(x)$ , линейно независимое с  $y_1(x)$ ?

**Задание 23.** Какова структура общего решения линейного неоднородного ДУ  $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$ ?

**Задание 24.** Какое ДУ называется уравнением в полных

дифференциалах и каковы условия того, чтобы ДУ было в полных дифференциалах?

**Задание 25.** Напишите общий интеграл ДУ  $(M(x,y) dx + N(x,y) dy = 0$ , если заданное уравнение в полных дифференциалах?

**Задания на навыки**

**Задание 1. Найти пределы:**

1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 5}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 2}{x^2 + 3}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5}{10x - 3}$ ,

3)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x + 2}{x - 1}$ ; 5)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x + 2} - 2}$ ; 6)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x - 6}{27 - x}$ ;

7)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$ .

**Задание 2.** Найти пределы, используя первый замечательный предел:

1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{5x}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg x}{x}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg 2x}{x}$ ; 5)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2}$ ;

6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 2x}{x}$ ; 7)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x \sin x}{1 - \cos 2x}$ ; 8)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sqrt{x + 9} - 3}$ ; 9)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x - 3)}{x - 9}$ ;

10)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin^2(x - 2)}{x - 8}$ .

**Задание 3.** Найти пределы, используя второй замечательный предел:

1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$ ; 2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+3}\right)^n$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x)^{\frac{1}{x}}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 2}{3x + 2}\right)^x$ ;

**Задание 4.** Найти производные следующих функций 1)  $y = a^2 + bx + c$ ; 2)  $y = x^2 + 5$ ; 3)  $y = x^2 + 3$ ; 4)  $y = \varphi(u) = u^2 + 2u + 3$ ,

$f(x) = ax^2 + bx + c$ ;  $y = x - 3$ ;  $y = x^2 + 3$ ;  $(u) = u^2 + 2u + 3$

ВЫЧИСЛИТЬ  $\varphi'(0)$ ; 5)  $y = \log x + x^2$ ; 6)  $y = x \sin x$ ; 7)  $y = x \ln x$ ; 8)  $y = \frac{\ln x}{x}$ ; 9)

$y = \frac{\ln x}{\sin x}$ ; 10)  $y = \log x + x - x^2$ ; 11)  $y = \ln \sin x^2$ ; 12)  $y = \sin x^2$ ; 13)  $y = \ln^3 x$ ;

14)  $y = x^3$ ; 15)  $y = x^7$ ; 16)  $y = \frac{a^{x+x}}{a^{2x-x^2}}$ ; 17)  $y = x + x^2$ ; 18)  $y = \frac{1}{\ln x}$

19)  $y = \frac{\sin 4x}{\ln 4x}$ ; 20)  $y = \ln \frac{a^{2+x}}{a^{2-x}}$

**Задание 5.** Найдите мгновенную скорость движения тела в момент  $t = 2$  ч., если известно, что закон, выражающий зависимость пройденного пути от времени, имеет вид  $s(t) = 15t^2 - 3t^3$ .

**Задание 6.** Найти производные указанного порядка от данных



$$\begin{aligned}
& \int 2 \frac{2}{dx} \\
6) & (\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2})^2 dx; \\
7) & \int e^x (1 + \frac{1}{x^2}) dx; \quad 8) \int (a - bx)^3 dx; \quad 9) \int \frac{1}{4x^2 + 1}; \\
10) & \int \frac{dx}{\sqrt{8 - 3x^2}}; \quad 11) \int \frac{x^4}{x^2 + 1} dx; \quad 12) \int \frac{x^2 - 4}{x + 4} dx; \quad 13) \int 2^x \cdot 3^x dx; \\
& ; 15) \int \frac{1}{x} dx; \quad 16) \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 5}} dx; \quad 17) \int \frac{x^2}{x^6 + 9} dx; \\
18) & \int x \sin x dx; \quad 19) \int x e^x dx; \quad 20) \int \ln x dx; \quad 21) \int x^2 \cos x dx; \\
22) & \frac{dx}{3x^2 - 6x + 5}; \quad 23) \frac{(\neq 3) dx}{x^2 - 1}; \quad 24) \frac{x - 1}{x^2 + 3x + 2} dx.
\end{aligned}$$

**Задание 12.** Вычислить:

$$\begin{aligned}
 & 1) \int (2x^3 + x^2 - 5) dx; \quad 2) \int 2^x dx; \quad 3) \int \cos x dx; \quad 4) \int \sqrt{x} dx; \\
 & 5) \int \frac{1}{x^2 + 1} dx; \quad 6) \int \sqrt{4 - x^2} dx; \quad 7) \int \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx; \quad 8) \int \sin^3 x dx; \\
 & 9) \int \frac{\sqrt{2 - x}}{x} dx; \quad 10) \int \frac{\sqrt{x}}{1 + x} dx; \quad 11) \int \frac{e^{\sqrt[3]{1 + \ln x}}}{x} dx.
 \end{aligned}$$

**Задание 13.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\begin{aligned}
 & 1) y = x^2, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 2. \\
 & 2) y = x^2 + x + 1 = 0, \quad y = x - 2 = 0. \\
 & 3) y + x^2 - x - 1 = 0, \quad y + x + 1 = 0. \\
 & 4) y = x^2 - \frac{2}{x}, \quad y + x + 2 = 0. \\
 & 5) y - x^2 + 2x - 1 = 0, \quad y + x^2 - 2x - 1 = 0. \\
 & 6) y - x^2 + 4x - 4 = 0, \quad y + x^2 - 4x - 4 = 0. \\
 & 7) y = \cos x, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 2\pi. \\
 & 8) y = \cos x, \quad y = \sin x, \quad x = 0, \quad x = \pi/4.
 \end{aligned}$$

**Задание 14.** Вычислите объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OX$  фигуры, ограниченной линиями:

$$\begin{aligned}
 & 1) y = 1 + 8x^3, \quad x = 0, \quad y = 9. \\
 & 2) y = \frac{x^2}{2}, \quad y = \frac{x^3}{8}. \\
 & 3) y = x^2, \quad xy = 8, \quad y = 0, \quad x = 4.
 \end{aligned}$$

$$4) y = x^2 + 1, \quad x = y^2 + 1, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 2.$$

$$5) y = 4x^3, \quad y = 4, \quad x = 0.$$

**Задание 15.** Найти стационарные точки функции двух переменных

$$а) z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2; \quad б) z = e^{2x}(x + y^2 + 2y).$$

**Задание 16.** Исследовать на экстремум функцию:

$$а) z = x^2 + (y - 1)^2; \quad б) z = x^2 - (y - 1)^2;$$

$$в) \quad z^3 = x^3 + y^3;$$

$$г) \quad z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y.$$

$$z = x^3 + y^3 - 3xy^2$$

**Задание 17.** Проинтегрировать следующие дифференциальные уравнения, найти решения, удовлетворяющие начальным условиям:

$$1. (x+3)dx + (y-5)dy = 0; \quad y(5) = -1.$$

$$2. (y-3)dx + (x+2)dy = 0; \quad y(1) = 2.$$

$$3. (x+xy^2)dx + (y-x^2y)dy = 0; \quad y(3) = 0.$$

**Задание 18.** Найти решение задачи Коши:  $(x-2)dx + ydy = 0$ ;  $y = -3$  при  $x = 6$ .

**Задание 19.** Найти общее решение линейного дифференциального уравнения  $y' - y = \sin x$ .

**Задание 20.** Найти общее решение ДУ  $x dx - 2 dy = 0$ .

**Задание 21.** Найти общее решение линейного дифференциального уравнения

$$y'' - 2y' + 2y = 0.$$