



**АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНСТИТУТ МЕЖДУНАРОДНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ»**

INSTITUTE OF INTERNATIONAL ECONOMIC RELATIONS

Принята на заседании
Учёного совета ИМЭС
(протокол от 26 января 2022 г. №6)

УТВЕРЖДАЮ
Ректор ИМЭС Ю.И. Богомолова
26 января 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

по направлению подготовки
38.03.01 Экономика

Направленность (профиль)
«Бизнес-аналитика и цифровая экономика»

Москва – 2022

Приложение 4
к основной профессиональной образовательной программе
по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, направленность (профиль)
«Бизнес-аналитика и цифровая экономика»

Рабочая программа дисциплины «Высшая математика» входит в состав основной профессиональной образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, направленность (профиль) «Бизнес-аналитика и цифровая экономика» и предназначена для обучающихся очной и очно-заочной форм обучения.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи дисциплины (модуля)	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования	4
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и академических часах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся	4
4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	5
5. Содержание дисциплины (модуля)	6
6. Структура дисциплины по темам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	9
7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)	10
8. Перечень вопросов и типовые задания для подготовки к экзамену	16
9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)	18
10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля) и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)	19
11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины (модуля)	20
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)	23

1. Цель и задачи дисциплины (модуля)

Цель дисциплины «Высшая математика» – изучение основных понятий математики, необходимых в практической экономической деятельности, освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины, развитие логического мышления, умения оперировать абстрактными объектами и навыков корректного употребления математических понятий и символов для выражения различных количественных и качественных отношений.

Задачи изучения дисциплины:

- познакомить студентов с основами аппарата высшей математики для решения теоретических и практических задач экономики;
- формирование умений и навыков, необходимых при практическом применении математических моделей и методов для анализа и моделирования сложных систем, процессов, явлений, для поиска оптимальных решений и выбора наилучших способов их реализации.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования

Дисциплина «Высшая математика» входит в обязательную часть учебного плана по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, направленность (профиль) «Бизнес-аналитика и цифровая экономика».

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и академических часах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зачётные единицы, всего – 144 часа.

Вид учебной работы	Всего часов	
	очная форма обучения	очно-заочная форма обучения
Контактная работа с преподавателем (всего)	42	10
В том числе:		
Занятия лекционного типа	28	6
Занятия семинарского типа (практические занятия)	14	4
Самостоятельная работа (всего)	75	107
Контроль	27	
Форма контроля	Экзамен	
Общая трудоёмкость дисциплины	144	

4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции(ий) выпускника ¹	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<p>Системное и критическое мышление УК -1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>ИУК 1.1 Осуществляет поиск информации, ее критический анализ и синтез для решения поставленных задач. ИУК 1.2 Использует системный подход для решения поставленных задач.</p>	<p>Знать: основные понятия высшей математики; основные приемы решения практических задач по высшей математики Уметь: анализировать поставленную задачу, выделять ее базовые составляющие, осуществлять декомпозицию задачи. Владеть: навыками использования математического аппарата высшей математики для рассмотрения и формулировки возможных вариантов решения поставленных задач.</p>
<p>ОПК-2 Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач</p>	<p>ИОПК 2.1 Имеет представление о методах сбора, обработки и статистического анализа данных. ИОПК 2.2 Использует при решении поставленных экономических задач современные методы сбора, обработки и статистического анализа данных.</p>	<p>Знать: методы и приемы обработки количественной информации; основы математического анализа, необходимые для решения экономических задач. Уметь: выбирать математический аппарат для решения профессиональных задач. Владеть: навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач.</p>

¹ Для универсальных компетенций указывается также наименование группы компетенций

5. Содержание дисциплины (модуля)

Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)
Тема 1. Матрицы и матричная алгебра	Основные сведения о матрицах. Виды матриц. Арифметические операции над матрицами. Элементарные преобразования матриц. Экономические примеры использования матриц.
Тема 2. Определители	Понятие определителя квадратной матрицы. Вычисление определителей второго и третьего порядка. Основные свойства определителей. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя. Теорема Лапласа и вычисление определителей разложением по строке (столбцу). Определитель транспонированной матрицы.
Тема 3. Обратная матрица. Ранг матрицы	Понятие матрицы, обратной данной. Необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы. Обращение матриц и его алгоритмы. Понятие ранга матрицы.
Тема 4. Системы линейных уравнений	Основные понятия и определения. Матрица и расширенная матрица системы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Решение определенных систем линейных уравнений методом обратной матрицы и по формулам Крамера.
Тема 5. Системы линейных однородных уравнений. Совместность систем линейных уравнений	Понятие системы линейных однородных уравнений. Ненулевые решения систем линейных однородных уравнений и их отыскание методом Гаусса. Понятие фундаментальной системы решений. Теорема Кронекера-Капелли и ее практическое применение к решению вопроса о совместности систем линейных уравнений.
Тема 6. Элементы теории множеств и функций	Предмет математического анализа и его роль в экономической теории и практике. Понятия множества и подмножества. Взаимно однозначное соответствие множеств. Эквивалентные, счетные и несчетные множества. Понятие отображения (функции), его области определения и области значений. Элементарные функции.
Тема 7. Предел и непрерывность функции одной переменной	Понятие числовой последовательности. Примеры последовательностей. Ограниченные и неограниченные последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Предел числовой последовательности. Существование предела у ограниченной монотонной последовательности (теорема Вейерштрасса). Предел функции одной переменной. Односторонние и двусторонние пределы. Бесконечно малые (бесконечно большие) величины и их связь с пределами функций. Основные свойства операции предельного перехода. Предельный переход в сложной функции. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции в точке и на множестве. Точки разрыва и их классификация. Арифметические действия над непрерывными функциями. Непрерывность основных элементарных функций.

<p>Тема 8. Производная и дифференциал функции одной переменной</p>	<p>Понятие производной функции одной переменной. Геометрическая и экономическая интерпретации производной. Уравнение касательной.</p> <p>Понятие дифференцируемости функции в точке. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Связь непрерывности и дифференцируемости функции в точке.</p> <p>Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций, сложной и обратной функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Производные основных элементарных функций. Понятие дифференциала функции одной переменной. Геометрическая интерпретация дифференциала. Основные свойства дифференциала.</p> <p>Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной и их свойства. Иллюстрация экономического смысла второй производной.</p>
<p>Тема 9. Исследование функций одной переменной</p>	<p>Понятие об экстремумах функции одной переменной. Задача максимизации прибыли фирмы. Локальный экстремум функции одной переменной. Необходимое условие существования внутреннего локального экстремума (теорема Ферма). Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши) и их геометрическая интерпретация. Правило Лопиталю. Формулы Тейлора и Маклорена, их использование для приближенного вычисления значений функций. Достаточное условие монотонности функции на интервале. Достаточные условия локального экстремума функции одной переменной. Выпуклые (вогнутые) функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости). Точка перегиба. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба. Асимптоты графика функции одной переменной, их классификация и отыскание. Полное исследование функции одной переменной с использованием первой и второй производных и построение эскиза ее графика. Отыскание глобального максимума (минимума) функции одной переменной на всей области ее определения. Решение задачи максимизации прибыли фирмы в терминах объема выпускаемой продукции (случай одного используемого ресурса). Достаточное условие монотонности функции на интервале. Достаточные условия локального экстремума функции одной переменной. Выпуклые (вогнутые) функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости). Точка перегиба. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба. Асимптоты графика функции одной переменной, их классификация и отыскание. Полное исследование функции одной переменной с использованием первой и второй производных и построение эскиза ее графика. Отыскание глобального максимума (минимума) функции одной переменной на всей области ее определения.</p>
<p>Тема 10. Функции нескольких переменных (ФНП)</p>	<p>Функции двух переменных. Понятие о линии (множестве) уровня функции двух переменных. Экономические иллюстрации (функции спроса и предложения, функция полезности, производственная функция). Предел функции двух и нескольких переменных. Непрерывность ФНП в точке и на множестве. Понятие о сложной ФНП.</p>

<p>Тема 11. Дифференцируемые ФНП</p>	<p>Частные производные и частные дифференциалы ФНП. Дифференцируемость ФНП. Главная линейная часть полного приращения ФНП. Полный дифференциал ФНП. Достаточное условие дифференцируемости ФНП. Геометрическая и экономическая интерпретация частных производных. Эластичности. Касательная плоскость к графику ФНП. Дифференцируемость сложных ФНП. Производная по направлению ФНП. Градиент ФНП и его основные свойства. Частные производные и полный дифференциал второго порядка ФНП. Теорема о равенстве смешанных производных. Экстремум ФНП, необходимое и достаточное условие экстремума.</p>
<p>Тема 12. Элементы интегрального исчисления</p>	<p>Первообразная и неопределенный интеграл. Первая основная теорема интегрального исчисления (о существовании первообразной у непрерывной функции). Основные свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Табличные интегралы. Основные приемы интегрирования (разложением, заменой переменной и по частям). Интегрирование дробно-рациональных функций.</p> <p>Определенный интеграл и его геометрическая интерпретация. Основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его производная по этому пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вторая основная теорема интегрального исчисления (о существовании определенного интеграла от непрерывной функции). Замена переменной и интегрирование по частям для определенного интеграла. Экономические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Абсолютная и условная сходимости несобственных интегралов</p>

6. Структура дисциплины по темам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Контактная работа, час.		Самостоя тельная работа, час.	Всего, час.
		Занятия лекционного типа	Практически е занятия		
1.	Матрицы и матричная алгебра	2	1	5	8
2.	Определители	2	1	5	8
3.	Обратная матрица. Ранг матрицы	2	1	5	8
4.	Системы линейных уравнений	2	1	5	8
5.	Системы линейных однородных уравнений. Совместность систем линейных уравнений	2	1	5	8
6.	Элементы теории множеств и функций	2	1	5	8
7.	Предел и непрерывность функции одной переменной	2	1	5	8
8.	Производная и дифференциал функции одной переменной	2	1	5	8
9.	Исследование функций одной переменной	4	3	11	18
10.	Функции нескольких переменных (ФНП)	2	1	6	9
11.	Дифференцируемые ФНП	2	1	6	9
12.	Элементы интегрального исчисления	4	3	12	19
Контроль:					27
ИТОГО:		28	14	75	144

Очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Контактная работа, час.		Самостоятельная работа, час.	Всего, час.
		Занятия лекционного типа	Практические занятия		
1.	Матрицы и матричная алгебра	0,5	-	7	7,5
2.	Определители	0,5	-	7	7,5
3.	Обратная матрица. Ранг матрицы	-	-	7	7
4.	Системы линейных уравнений	-	-	7	7
5.	Системы линейных однородных уравнений. Совместность систем линейных уравнений	-	-	7	7
6.	Элементы теории множеств и функций	1	-	8	9
7.	Предел и непрерывность функции одной переменной	1	-	8	9
8.	Производная и дифференциал функции одной переменной	-	1	8	9
9.	Исследование функций одной переменной	1	1	16	18
10.	Функции нескольких переменных (ФНП)	1	-	8	9
11.	Дифференцируемые ФНП	1	-	8	9
12.	Элементы интегрального исчисления	1	1	16	18
Контроль:					27
ИТОГО:					144

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа является одним из основных видов учебной деятельности, составной частью учебного процесса и имеет своей целью: глубокое усвоение материала дисциплины, совершенствование и закрепление навыков самостоятельной работы с литературой, рекомендованной преподавателем, умение найти нужный материал и самостоятельно его использовать, воспитание высокой творческой активности, инициативы, привычки к постоянному совершенствованию своих знаний, к целеустремленному научному поиску.

Контроль самостоятельной работы, является важной составляющей текущего контроля успеваемости, осуществляется преподавателем во время занятий лекционного и семинарского типов и обеспечивает оценивание хода освоения изучаемой дисциплины.

Вопросы для самостоятельного изучения

Линейная алгебра и аналитическая геометрия.

Матрицы.

1. Основные сведения о матрицах. Виды матриц.
2. Арифметические операции над матрицами.

3. Элементарные преобразования матриц.
4. Обратная матрица. Необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы.
5. Ранг матрицы и его отыскание.
6. Экономические примеры использования матриц.

Системы линейных уравнений.

1. Матрица и расширенная матрица системы линейных уравнений.
2. Метод Крамера, метод обратной матрицы для решения систем линейных уравнений.
3. Элементарные преобразования матриц. Приведение матриц к ступенчатому виду. Алгоритм Гаусса.
4. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
5. Теорема Кронекера-Капелли и ее практическое применение к решению вопроса о совместности систем линейных уравнений.
6. Понятие системы линейных однородных уравнений. Ненулевые решения систем линейных однородных уравнений и их отыскание методом Гаусса.
7. Фундаментальная система решений. Построение фундаментальной системы решений системы линейных однородных уравнений.

Определитель

1. Понятие определителя квадратной матрицы. Вычисление определителей второго и третьего порядка. Основные свойства определителей.
2. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя.
3. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу).

Введение в анализ

1. Понятия множества и подмножества. Основные операции над множествами.
2. Понятие отображения (функции), его области определения и области значений. Элементарные функции.
3. Понятие числовой последовательности. Примеры последовательностей. Ограниченные и неограниченные последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности.
4. Предел числовой последовательности. Существование предела у ограниченной монотонной последовательности (теорема Вейерштрасса).
5. Понятие функции. Область определения и множество значений функции. Монотонная, четная, периодическая функция
6. Предел функции. Раскрытие неопределенностей. Односторонние пределы.
7. Первый замечательный предел; второй замечательный предел.
8. Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация.
9. Бесконечно малые функции. Их свойства. Сравнение бесконечно малых.
10. Эквивалентные бесконечно малые.
11. Что называется функцией, непрерывной в точке?
12. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва функции.
13. Сформулируйте понятие непрерывности функции на отрезке. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Понятие производной функции одной переменной. Геометрическая и экономическая интерпретации производной. Уравнение касательной.
2. Понятие о предельной полезности продукта и предельной производительности ресурса. Понятие об эластичности функции.
3. Дифференцируемость функции в точке. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.
4. Основные правила дифференцирования.
5. Производные основных элементарных функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
6. Понятие дифференциала функции одной переменной. Геометрическая интерпретация дифференциала.
7. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной и их свойства. Иллюстрация экономического смысла второй производной.
8. Логарифмическое дифференцирование.
9. Сформулируйте правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей типа $\left[\frac{0}{0}\right]$ и $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$.
10. Как раскрываются неопределенности типа $[0 \cdot \infty]$ и $[\infty - \infty]$ с использованием правила Лопиталья?
11. Достаточное условие монотонности функции на интервале.
12. Экстремумы функции одной переменной. Задача максимизации прибыли фирмы. Необходимое условие существования внутреннего локального экстремума (теорема Ферма).
13. Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши) и их геометрическая интерпретация.
14. Формулы Тейлора и Маклорена, их использование для приближенного вычисления значений функций.
15. Выпуклые (вогнутые) функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости). Точка перегиба. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба.
16. Асимптоты графика функции одной переменной, их классификация и отыскание.
17. Полное исследование функции одной переменной с использованием первой и второй производных и построение эскиза ее графика.

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

1. Функции двух переменных. Понятие о линии (множестве) уровня функции двух переменных. Карта линий уровня и график функции двух переменных.
2. Экономические иллюстрации (функции спроса и предложения, функция полезности, производственная функция).
3. Предел функции двух и нескольких переменных.
4. Непрерывность ФНП в точке и на множестве. Точки непрерывности и точки разрыва ФНП.
5. Понятие о сложной ФНП. Непрерывность сложной функции.
6. Частные производные и частные дифференциалы ФНП. Дифференцируемость ФНП.
7. Полный дифференциал ФНП. Достаточное условие дифференцируемости ФНП.
8. Геометрическая и экономическая интерпретация частных производных.
9. Касательная плоскость к графику ФНП

10. Производная по направлению ФНП. Градиент ФНП и его основные свойства.
11. Частные производные и полный дифференциал второго порядка ФНП. Теорема о равенстве смешанных производных.
12. Исследование функции двух переменных на экстремум.

Неопределенный интеграл

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Первая основная теорема интегрального исчисления (о существовании первообразной у непрерывной функции).
2. Основные свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Табличные интегралы.
3. Основные приемы интегрирования (разложением, заменой переменной и по частям).
4. Интегрирование дробно-рациональной функции. Что обозначает термин «выделить целую часть неправильной дроби»?
5. Как рационализуется интеграл $\int R(\sin x, \cos x) dx$? Почему подстановка $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ называется универсальной?
6. Как вычисляется интеграл вида $\int \sin^n x \cos^m x dx$ в зависимости от четности и нечетности показателей n и m ?
7. Как вычисляется интеграл вида $\int \sin mx \cos nx dx$?
8. При помощи каких подстановок можно вычислить интегралы $\int \sqrt{3-x^2} dx$, $\int \sqrt{3+x^2} dx$, $\int \sqrt{x^2-3} dx$.
9. Определенный интеграл и его геометрическая интерпретация.
10. Основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем.
11. Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его производная по этому пределу. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Замена переменной и интегрирование по частям для определенного интеграла.
13. Экономические приложения определенного интеграла.
14. Несобственные интегралы. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов.

Тематика рефератов по дисциплине

1. Множества. Операции над множествами.
2. Высказывания и логические символы.
3. Теоремы о множествах.
4. Числовые последовательности.
5. Виды последовательностей.
6. Предел последовательности.
7. Отображения и их виды.
8. Определение функции. Свойства функций. Обратная функция.
9. Предел функции. Теоремы о пределах.
10. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.
11. Непрерывность функций. Теоремы Вейерштрасса и Кантора.
12. Понятие производной. Производные основных элементарных функций. Таблица производных.

Распределение самостоятельной работы

Виды, формы и объемы самостоятельной работы студентов при изучении данной дисциплины определяются ее содержанием и отражены в следующей таблице:

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Вид самостоятельной работы	Объем самостоятельной работы	
			очная форма обучения	очно-заочная форма обучения
1.	Матрицы и матричная алгебра	Освоение рекомендованной литературы, проработка конспекта лекций; самостоятельное изучение отдельных вопросов (по рекомендации преподавателя); решение типовых контрольных заданий, написание рефератов	5	7
2.	Определители	Освоение рекомендованной литературы, проработка конспекта лекций; самостоятельное изучение отдельных вопросов (по рекомендации преподавателя); решение типовых контрольных заданий, написание рефератов	5	7
3.	Обратная матрица. Ранг матрицы	Освоение рекомендованной литературы, проработка конспекта лекций; самостоятельное изучение отдельных вопросов (по рекомендации преподавателя); решение типовых контрольных заданий, написание рефератов	5	7
4.	Системы линейных уравнений	Освоение рекомендованной литературы, проработка конспекта лекций; самостоятельное изучение отдельных вопросов (по рекомендации преподавателя); решение типовых контрольных заданий, написание рефератов	5	7
5.	Системы линейных однородных уравнений. Совместность систем линейных уравнений	Освоение рекомендованной литературы, проработка конспекта лекций; самостоятельное изучение отдельных вопросов (по рекомендации преподавателя); решение типовых контрольных заданий, написание рефератов	5	7

6.	Элементы теории множеств и функций	Освоение рекомендованной литературы, проработка конспекта лекций; самостоятельное изучение отдельных вопросов (по рекомендации преподавателя); решение типовых контрольных заданий, написание рефератов	5	8
7.	Предел и непрерывность функции одной переменной	Освоение рекомендованной литературы, проработка конспекта лекций; самостоятельное изучение отдельных вопросов (по рекомендации преподавателя); решение типовых контрольных заданий, написание рефератов	5	8
8.	Производная и дифференциал функции одной переменной	Освоение рекомендованной литературы, проработка конспекта лекций; самостоятельное изучение отдельных вопросов (по рекомендации преподавателя); решение типовых контрольных заданий, написание рефератов	5	8
9.	Исследование функций одной переменной	Освоение рекомендованной литературы, проработка конспекта лекций; самостоятельное изучение отдельных вопросов (по рекомендации преподавателя); Выполнение домашних заданий и типовых контрольных заданий	11	16
10.	Функции нескольких переменных (ФНП)	Освоение рекомендованной литературы, проработка конспекта лекций; самостоятельное изучение отдельных вопросов (по рекомендации преподавателя); Выполнение домашних заданий и типовых контрольных заданий	6	8
11.	Дифференцируемые ФНП	Освоение рекомендованной литературы, проработка конспекта лекций; самостоятельное изучение отдельных вопросов (по рекомендации преподавателя);	6	8

		Выполнение домашних заданий и типовых контрольных заданий		
12.	Элементы интегрального исчисления	Освоение рекомендованной литературы, проработка конспекта лекций; самостоятельное изучение отдельных вопросов (по рекомендации преподавателя); Выполнение домашних заданий и типовых контрольных заданий	12	16
ИТОГО			75	107

8. Перечень вопросов и типовые задания для подготовки к экзамену

8.1. Перечень вопросов для подготовки к экзамену

1. Матрицы. Основные сведения о матрицах виды матриц. Арифметические операции над ними. Элементарные преобразования матриц. Экономические примеры использования матриц.

2. Определители. Вычисление определителей. Основные свойства. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя. Теорема Лапласа.

3. Обратная матрица. Ранг матрицы. Решение матричных уравнений.

4. Системы линейных уравнений. Методы решения СЛУ. Формулы Крамера.

5. Метод Гаусса.

6. Исследование произвольных СЛУ. Совместность СЛУ. Теорема Кронекер-Капелли. Использование СЛУ при решении экономических задач.

7. Однородные СЛУ. Фундаментальный набор решений.

8. Введение в математический анализ. Множества. Действия над множествами. Числовые множества. Числовые промежутки. Понятие функции и способы ее задания.

9. Функция одной переменной. Понятие числовой функции. Способы задания. Четные, нечетные, периодические функции. Обратные функции.

10. Элементарные функции. Свойства основных элементарных функций.

11. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности.

12. Предел функции в точке и в бесконечности. Теоремы о пределах функций. Два замечательных предела. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.

13. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.

14. Понятие непрерывности функции.

15. Свойства непрерывных на отрезке функций. Односторонние пределы. Точки разрыва функций.

16. Асимптоты графика функции.

17. Производная функции одной переменной. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал функции.

18. Правила вычисления производных. Производные некоторых элементарных функций

19. Дифференциал сложной функции и инвариантность его формы.

20. Геометрические и экономические приложения производной. Геометрический смысл дифференциала.
21. Использование понятия производной в экономике.
22. Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков
23. Производные функций, заданных неявно и параметрически.
24. Основные теоремы дифференциального исчисления. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши
25. Правило Лопиталья и его применения.
26. Формулы Тейлора и Маклорена.
27. Исследование функций с помощью производных. Достаточный признак монотонности функции.
28. Точки локального экстремума функции и их отыскание.
29. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции.
30. Общая схема исследования функции и построения эскиза ее графика.
31. Функции нескольких переменных. Линии уровня. Область определения.
32. Предел и непрерывность функции двух переменных.
33. Частные производные. Дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных.
34. Производная по направлению. Градиент.
35. Частные производные и полные дифференциалы второго порядка
36. Локальный экстремум функции нескольких переменных
37. Неопределенный интеграл. Таблица простейших интегралов.
38. Основные методы интегрирования.
39. Интегрирование рациональных дробей.
40. Интегрирование иррациональных дробей.
41. Интегрирование тригонометрических функций.
42. Определенный интеграл. Основные понятия и свойства. Формула Ньютона – Лейбница.
43. Интегрирование подстановкой и замена переменной в определенном интеграле.
44. Приложение определенного интеграла.
45. Некоторые приложения определенных интегралов в экономике.

8.2. Типовые задания для оценки знаний

1. Система совместна и имеет единственное решение, если:
- ее определитель отличен от нуля;
 - ее определитель равен нулю;
 - величина определителя не имеет значений.
2. Совместная система из n уравнений и n неизвестных имеет единственное решение, если ее ранг: $r(A)$:
- $r(A) < n$;
 - $r(A) = n$;
 - $r(A) > n$.
3. Определитель изменяет знак при:
- вынесении общего множителя строки за знак определителя;
 - транспонировании;
 - перестановке двух строк.

8.3. Типовое задание для проверки умений

1. Даны матрицы. Найти матрицы AB , BA , $B^T A^T$, $A^T B$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 2 & 5 & 5 \\ 4 & 1 & 1 & 7 & 2 \\ 5 & 3 & -3 & -8 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 5 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$. Тогда суммой $C = 2B^T - 4A$

является матрица:

- $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 18 \\ -12 & -4 & -4 \\ -2 & 22 & -22 \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} -2 & 22 & -22 \\ -12 & -4 & -4 \\ -2 & -12 \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} 22 & -4 \\ -22 & -4 \end{pmatrix}$;

8.4. Типовое задание для проверки навыков

Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырье трех типов. Расход каждого типа сырья на единицу каждого вида продукции, а также запасы каждого типа сырья приведены в таблице:

Вид сырья	Расход сырья на единицу вида продукции			Запас сырья
	1	2	3	
1	6	4	5	2400
2	4	3	1	1450
3	5	2	3	1550

Требуется определить объем выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья.

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

9.1. Основная литература

1. *Клюшин, В. Л.* Высшая математика для экономистов. Задачи, тесты, упражнения : учебник и практикум для вузов / В. Л. Клюшин. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 165 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03124-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510653>

2. *Шипачев, В. С.* Высшая математика : учебное пособие для вузов / В. С. Шипачев. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 447 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12319-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/468424>

3. Введение в высшую математику : учебник и практикум для вузов / М. Б. Хрипунова [и др.]; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. —

Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 478 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15087-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/487184>.

4. Мачулис, В. В. Высшая математика : учебное пособие для вузов / В. В. Мачулис. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 306 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01277-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470980>

9.2 Дополнительная литература

1. Математика для экономистов : учебник для вузов / О. В. Татарников [и др.] ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 593 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14844-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510992>

2. *Красс, М. С.* Математика в экономике. Базовый курс : учебник для бакалавров / М. С. Красс. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 470 с. — (Бакалавр. Базовый курс). — ISBN 978-5-9916-3137-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/487773>

3. *Шагин, В. Л.* Математический анализ. Базовые понятия : учебное пособие для вузов / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 245 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00884-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/512337>

10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля) и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

1. <http://biblioclub.ru> - ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
2. <https://urait.ru> - ЭБС «Образовательная платформа Юрайт»
3. <http://www.mathnet.ru/> - Общероссийский математический портал (информационная система)
4. https://elibrary.ru/org_titles.asp?orgsid=14364 - научная электронная библиотека (НЭБ) «eLIBRARY.RU»
5. <https://www.consultant.ru/online/> - Справочно-поисковая система «КонсультантПлюс»

Лицензионное программное обеспечение:

- Windows (зарубежное, возмездное);
- MS Office (зарубежное, возмездное);
- Adobe Acrobat Reader (зарубежное, свободно распространяемое);
- КонсультантПлюс: «КонсультантПлюс: Студент» (российское, свободно распространяемое);
- 7-zip – архиватор (зарубежное, свободно распространяемое);
- Comodo Internet Security (зарубежное, свободно распространяемое).

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины (модуля)

Организация образовательного процесса регламентируется учебным планом и расписанием учебных занятий. Язык обучения (преподавания) - русский.

При формировании своей индивидуальной образовательной траектории обучающийся имеет право на перезачет соответствующих дисциплин и профессиональных модулей, освоенных в процессе предшествующего обучения, который освобождает обучающегося от необходимости их повторного освоения.

Образовательные технологии

Учебный процесс при преподавании курса основывается на использовании традиционных, инновационных и информационных образовательных технологий. Традиционные образовательные технологии представлены занятиями семинарского и лекционного типа. Инновационные образовательные технологии используются в виде широкого применения активных и интерактивных форм проведения занятий. Информационные образовательные технологии реализуются путем активизации самостоятельной работы студентов в информационной образовательной среде.

Занятия лекционного типа

Лекционный курс предполагает систематизированное изложение основных вопросов учебного плана.

На первой лекции лектор обязан предупредить студентов, применительно к какому базовому учебнику (учебникам, учебным пособиям) будет прочитан курс.

Лекционный курс должен давать наибольший объем информации и обеспечивать более глубокое понимание учебных вопросов при значительно меньшей затрате времени, чем это требуется большинству студентов на самостоятельное изучение материала.

Занятия семинарского типа

Семинарские (практические) занятия представляют собой детализацию лекционного теоретического материала, проводятся в целях закрепления курса.

Основной формой проведения семинаров и практических занятий является обсуждение наиболее проблемных и сложных вопросов по отдельным темам, а также решение задач и разбор примеров и ситуаций в аудиторных условиях. В обязанности преподавателя входят: оказание методической помощи и консультирование студентов по соответствующим темам курса.

Активность на практических занятиях оценивается по следующим критериям:

- ответы на вопросы, предлагаемые преподавателем;
- участие в дискуссиях;
- выполнение проектных и иных заданий;
- ассистирование преподавателю в проведении занятий.

Доклады и оппонирование докладов проверяют степень владения теоретическим материалом, а также корректность и строгость рассуждений.

Оценивание практических заданий входит в накопленную оценку.

Самостоятельная работа обучающихся

Самостоятельная работа студентов - это процесс активного, целенаправленного приобретения студентом новых знаний, умений без непосредственного участия преподавателя, характеризующийся предметной направленностью, эффективным контролем и оценкой результатов деятельности обучающегося.

Цели самостоятельной работы:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную и справочную документацию, специальную литературу;

- развитие познавательных способностей, активности студентов, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, творческой инициативы, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений и академических навыков.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, уровня сложности, конкретной тематики.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Перед выполнением обучающимися внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель может проводить инструктаж по выполнению задания. В инструктаж включается:

- цель и содержание задания;
- сроки выполнения;
- ориентировочный объем работы;
- основные требования к результатам работы и критерии оценки;
- возможные типичные ошибки при выполнении.

Инструктаж проводится преподавателем за счет объема времени, отведенного на изучение дисциплины.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов может проходить в письменной, устной или смешанной форме.

Студенты должны подходить к самостоятельной работе как к наиважнейшему средству закрепления и развития теоретических знаний, выработке единства взглядов на отдельные вопросы курса, приобретения определенных навыков и использования профессиональной литературы.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся должны быть оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

При самостоятельной проработке курса обучающиеся должны:

- просматривать основные определения и факты;
- повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной по данной теме литературы;
- изучить рекомендованную литературу, составлять тезисы, аннотации и конспекты наиболее важных моментов;
- самостоятельно выполнять задания, аналогичные предлагаемым на занятиях;
- использовать для самопроверки материалы фонда оценочных средств;
- выполнять домашние задания по указанию преподавателя.

Реферат

Реферат - индивидуальная письменная работа обучающегося, предполагающая анализ изложения в научных и других источниках определенной научной проблемы или вопроса.

Написание реферата практикуется в учебном процессе в целях приобретения студентом необходимой профессиональной подготовки, развития умения и навыков самостоятельного научного поиска: изучения литературы по выбранной теме, анализа различных источников и точек зрения, обобщения материала, выстраивания логики изложения, выделения главного, формулирования выводов.

Содержание реферата студент докладывает на семинаре, кружке, научной конференции. Предварительно подготовив тезисы доклада, студент в течение 10-15 минут должен кратко изложить основные положения своей работы. После доклада автор отвечает

на вопросы, затем выступают оппоненты, которые заранее познакомились с текстом реферата, и отмечают его сильные и слабые стороны.

Как правило, реферат имеет стандартную структуру: титульный лист, содержание, введение, основное содержание темы, заключение, список использованных источников, приложения.

Оценивается оригинальность реферата, актуальность и полнота использованных источников, системность излагаемого материала, логика изложения и убедительность аргументации, оформление, своевременность срока сдачи, защита реферата перед аудиторией.

При своевременной защите работа оценивается наивысшим баллом, при опоздании на 1 неделю балл снижается на 2, при опоздании на 2 недели балл снижается еще раз на 2. При опоздании более чем на 2 недели работа не оценивается.

Оформление реферата обычно содержит 18±3 страниц печатного текста. Количество страниц зависит от объективной сложности раскрытия темы и доступности литературных источников.

Первый лист реферата - титульный (на титульном листе номер страницы не ставится, хотя и учитывается).

Список литературы не должен ограничиваться только учебниками и не может быть менее 5 источников. Список литературы должен содержать названия источников, фамилии и инициалы их авторов, издательство, место и год опубликования, а также общее количество страниц. Библиография выстраивается в алфавитном порядке.

В процессе работы необходимо делать ссылки на работы ученых, мысли которых использованы в работе, и по мере надобности оформлять сноски.

Наименование	Формат
Формат бумаги	A4
Шрифт	Times New Roman, размер (кегель) 14
Междустрочный интервал	1,5
Поля: слева/справа/сверху/снизу	3/1,5/2/2
Сноски (шрифт)	Times New Roman, размер 10
Номер страницы	1,2,3 n

В случае если работа не будет соответствовать предъявляемым к ней требованиям, она будет возвращена автору на доработку.

Рекомендации по обучению инвалидов и лиц с ОВЗ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ОВЗ может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах. Предполагаются специальные условия для получения образования инвалидами и лицами с ОВЗ.

Профессорско-педагогический состав знакомится с психолого-физиологическими особенностями обучающихся инвалидов и лиц с ОВЗ, индивидуальными программами реабилитации инвалидов (при наличии). При необходимости осуществляется дополнительная поддержка преподавания тьюторами, психологами, социальными работниками, прошедшими подготовку ассистентами.

В соответствии с методическими рекомендациями Минобрнауки РФ (утв. 8 апреля 2014 г. № АК-44/05вн) в курсе предполагается использовать социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими

студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Подбор и разработка учебных материалов производятся с учетом предоставления материала в различных формах: аудиальной, визуальной, с использованием специальных технических средств и информационных систем.

Медиа материалы также следует использовать и адаптировать с учетом индивидуальных особенностей обучения инвалидов и лиц с ОВЗ.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ОВЗ осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения (персонального и коллективного использования). Материально-техническое обеспечение предусматривает приспособление аудиторий к нуждам инвалидов и лиц с ОВЗ.

Форма проведения аттестации для студентов-инвалидов и лиц с ОВЗ устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей. Для инвалидов и лиц с ОВЗ предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, а именно:

- в печатной или электронной форме (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- в печатной форме или электронной форме с увеличенным шрифтом и контрастностью (для лиц с нарушениями слуха, речи, зрения);
- методом чтения ассистентом задания вслух (для лиц с нарушениями зрения).

Студентам с инвалидностью и лицам с ОВЗ увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы. Для таких студентов предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге или набором ответов на компьютере (для лиц с нарушениями слуха, речи);
- выбором ответа из возможных вариантов с использованием услуг ассистента (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- устно (для лиц с нарушениями зрения, опорно-двигательного аппарата).

При необходимости для обучающихся с инвалидностью и лиц с ОВЗ процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория «Кабинет информационно-коммуникационных технологий», предназначенная для проведения учебных занятий, предусмотренных настоящей рабочей программой дисциплин, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения, в состав которых входят: комплекты специализированной учебной мебели, доска классная, мультимедийный проектор, экран, принтер, компьютер преподавателя и компьютеры для работы обучающихся с установленным лицензионным программным обеспечением, с выходом в сеть «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся – аудитория, оснащенная следующим оборудованием и техническими средствами: комплекты специализированной учебной мебели, компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду, мультимедийный проектор, экран, доска классная.